UNIVERZA NA PRIMORSKEM
FAKULTETA ZA MANAGEMENT

DIPLOMSKA NALOGA

SANJA CELCER

KOPER, 2015

2015

DIPLOMSKA NALOGA

SANJA CELCER

UNIVERZA NA PRIMORSKEM
FAKULTETA ZA MANAGEMENT

Diplomska naloga

TEORIJA IGER V EKONOMIJI

Sanja Celcer

Koper, 2015

Mentorica: izr. prof. dr. Ajda Fošner

POVZETEK

V diplomskem delu smo natančno opredelili teorijo iger, njeno metodologijo in njen veliki pomen ter uporabnost v določenih strateških interakcijah. Osredotočili smo se na strateško in ekstenzivno obliko iger med dvema igralcema. Matematični model modeliranja strateških odnosov smo povezali z ekonomskim okoljem in analizirali primer uporabe teorije iger na oligopolnem trgu. Skozi obstoječe primere smo pokazali, kako se racionalni igralec običajno odloča glede na dane strategije in konfliktno situacijo. Ugotovili smo, da je praktičnost teorije iger zelo razsežno področje, tako v naravoslovnih kot družboslovnih znanostih. Igra pomembno vlogo pri načrtovanju in sprejemanju ključnih odločitev v ekonomskem okolju.

Ključne besede: teorija iger, Nashevo ravnovesje, strateške igre, matrične igre, ekstenzivne igre, oligopol.

SUMMARY

In the graduation thesis, we have precisely defined the theory of games, its methodology, as well as its great importance and applicability to certain strategic interactions. We have focused on strategic and extensive form of the games among two players. Next, we have connected a mathematical model of modelling strategic relationships to economic environment, and analysed an example of application of the theory of games in the oligopolistic market. In the existing examples, we have presented the way a rational player usually makes decisions with regard to the given strategies and conflict situation. Further, we have established that the practicality of the theory of games is a highly extensive area in natural as well as in social sciences. It plays an important role in planning and making key decisions in economic environment.

Keywords: theory of games, Nash equilibrium, strategic games, matrix games, extensive games, oligopoly.

UDK: 005.311.7(043.2) in 519.83(043.2)

ZAHVALA

Iskreno se zahvaljujem mentorici, izr. prof. dr. Ajdi Fošner, za koristne napotke in usmeritve pri izdelavi diplomskega dela. Prav tako se zahvaljujem svoji družini za vso podporo in spodbudne besede.

VSEBINA

PONAZORILA

1 UVOD

1.1 Opredelitev problema in teoretičnih izhodišč

Teorija iger proučuje ravnanja v konfliktnih situacijah in je dejansko raziskovanje komunikacij ter pogajanj med udeležencih igre oziroma igralcih. Uporablja se v ekonomiji, politologiji, sociologiji, pravu, računalništvu, za vojaške namene, v biologiji in ekologiji. Tako na primer biologi poskušajo s pomočjo teorije iger razumeti in predvideti določene rezultate evolucije. Prav te uporabe so bistveno oblikovale teorijo iger. Teorija iger pa je vplivala na razvoj teorije odločanja, saj prav tako obravnava pojave, pri katerih se prepletajo medsebojni vplivi različnih odločevalcev (Omladič 2002, 145).

»Igra je model neke konfliktne situacije oziroma dogajanja, v katerem so posledice odvisne od odločitev udeležencev igre, lahko pa tudi od zunanjih dejavnikov,« navaja Omladič (2002, 145). Konfliktne situacije so posledica različnih interesov posameznih odločevalcev. Bolj so nasprotujoči interesi udeležencev, bolj se konfliktne situacije ločujejo. Ločimo jih na antagonistične in neantagonistične. Pojavljajo se med različnimi subjekti, na primer med državami, podjetji ali posamezniki. Če pri tem vsak udeleženec zastopa svoje interese, razvija svoje strategije in pri tem uporablja pogajanja za dosego dinamičnih strateških interakcij, lahko z neko verjetnostjo pričakujemo oziroma dosežemo dogovor in ravnotežje, ki je rezultat stabilnosti in učinkovitosti. Tukaj pa nastane problem, kako se pravilno odločiti, kako priti do pravih in optimalnih odločitev. Strategije igralcev zato postanejo težko razumljive, v kompleksnih razmerah celo neobvladljive in v teh razmerah je pot optimalnega in »pravega« odločanja zelo težavna.

Teorija iger nastopi, ko tržna pogajanja in prilagajanja preko cen niso več mogoča. Cene v tradicionalni ekonomski teoriji odločajo o vsem. Če te vloge več ne morejo opraviti, namesto njih nastopijo igralci in institucije, morda država s svojimi interesi, strategijami in pravili menjalne igre. Pri tem je stabilnost njihovih odločitev ključna. Shapley je našel rešitev za fiksiranje točke, ki je ključna za vse teorije igre. To je stabilnost alokacije odločitev, ki temelji na algoritmu in institucijah, ki skrbijo za njegovo izvrševanje. Če udeleženci igre - igralci ne pričakujejo in tudi ne dosežejo dodatnih koristi v drugih menjavah in pogajanjih, je alokacija odločitev stabilna. Stabilizacijo pogajanj omogoča neomejena menjava, igralci sprejmejo skupna pravila igre in algoritem omogoča doseganje ravnotežja (Kovač 2012).

Prav tako je tudi Roth, kot eksperimentalni ekonomist, prišel do praktičnih spoznanj, da povsod potrebujemo algoritme, ki vodijo do stabilnih pogajanj in alokacijskih odločitev. Povsod se srečujemo z enakim problemom, in sicer kako domisliti pravi algoritem pogajanj in izbire, stabilizacije odločitev in doseganje učinkovitega ravnotežja. Prav poskus oblikovanja takšnih pogojev pomeni dejansko dizajniranje tržnih razmer, pri katerem trge oblikujemo tako, da nam omogočijo stabilizacijo izbire in optimizacijo odločitev. »Trgi niso nad in za nami (kot nekakšna nevidna roka), temveč smo mi vsi njihovi notranji dejavni akterji,« navaja Kovač (2012). Roth ponazarja, da nismo sledilci in pasivni opazovalci trgov, ampak njegovi ustvarjalci. Z algoritmi ni mogoče manipulirati, in prav to je bistveni element stabilnosti (Roth 2002, po Kovač 2012). Z vidika konkurenčnega prava in institucionalnega varstva tržne konkurence lahko s pomočjo teorije iger in Nashevega ravnovesja ugotavljamo pojav enakih ali usklajenih ravnanj na oligopolnih trgih (Ferčič 2010).

Kot vidimo, igra teorija iger zelo pomembno vlogo tudi pri ugotavljanju morebitnih kartelnih dogovarjanj podjetij na trgu, saj takšno ravnanje predstavlja resno grožnjo preostali konkurenci na trgu. Posledice tega so na primer slabše delovanje trga, velike koncentracije moči, onemogočen oziroma otežen vstop na trg. Torej je teorija iger v ekonomiji zelo praktična, uporabna in pomembna. Z njo se vede ali nevede srečujemo tudi v vsakdanjem življenju.

1.2 Namen in cilj diplomskega dela

Temo, ki smo jo obravnavali v diplomskem delu, smo si izbrali zato, ker je zelo zanimiva, pokaže nam, da lahko skoraj vse pojave še tako kompleksne matematično zapišemo, analiziramo in razložimo. Namen diplomskega dela je predstaviti teorijo iger, njene osnove in metodologijo ter pokazati praktičnost teorije iger z navedbo izbranih primerov. Ekonomija je eno glavnih področij, kjer se teorija iger zelo uporablja. Analizira možne načine, kako dva ali več udeležencev na trgu izbirajo ukrepe in strategije, ki vzajemno vplivajo na vsakega udeleženca. Teorija iger v ekonomiji ponuja možne napovedi ravnanja ekonomskih subjektov na trgu, zato je naš cilj pokazati oziroma natančno proučiti uporabnost in praktičnost teorije iger v ekonomiji. Cilj smo podprli s konkretnimi primeri iz ekonomije.

1.3 Predvidene metode za doseganje ciljev

Diplomsko nalogo smo napisali s pomočjo natančno prebrane in preučene literature in drugih virov, kot so znanstveni članki, internetni viri ter video vsebina. Posamezne pojme smo opredelili, razložili in med seboj povezali uporabnost in praktičnost teorije iger v okolju.

1.4 Predpostavke in omejitve diplomskega dela

Predpostavljamo, da smo s pomočjo ustrezne literature in drugih virov pojasnili, kaj je teorija iger in z njo povezana metodologija, njeni osnovni pojmi in praktičnost teorije iger v ekonomiji. V diplomskem delu smo se omejili na končne igre med dvema igralcema. To vključuje končne strateške in ekstenzivne igre.

2 TEORIJA IGER

V matematiki se pogosto pojavi kakšna nova veja. Nekatere nove smeri so včasih posledica gledanja iz druge perspektive na že znane ali rešene probleme. Pojavljajo pa se tudi nove teorije, ki se ukvarjajo z zadevami, ki še nikoli niso bile deležne matematičnega preučevanja. Med tovrstne nove matematične smeri prav gotovo sodi teorija iger ali matematična teorija konfliktnih situacij (Jamnik 1973, 5). V zadnjih desetletjih dvajsetega stoletja je viden velik razvoj matematičnega modeliranja. Matematični modeli v določeni meri odražajo del realnosti, saj so abstraktne, poenostavljene matematične konstrukcije, ki jih ustvarimo z določenim namenom. Odgovor, ki ga dobimo z uporabo izbranega matematičnega modela, ki bi nam pomagal razumeti določene konfliktne situacije v realnem okolju, moramo jemati z določeno mero previdnosti. Kvaliteta uporabnosti odgovora je v veliki meri odvisna od tega, kako dobro smo zadeli bistvo realne situacije. Tako je eden glavnih problemov v družboslovju odnos med idealiziranim modelom in resničnim svetom. Med matematičnimi teorijami, ki imajo osrednjo vlogo v tem razvoju, sta teorija odločanja in njej sorodna teorija iger, ki je vplivala na razvoj teorije odločanja (Omladič 2002, 8–9, 145). Teorija iger se uporablja v ekonomiji, managementu, politologiji, sociologiji, pravu, računalništvu, za vojaške namene, biologiji in ekologiji (Fošner 2012). Na primer, na področju biologije skušajo biologi s pomočjo teorije iger razumeti določene rezultate evolucije.

V odnosih med ljudmi, se pogosto srečujemo z nasprotujočimi se interesi med enim posameznikom ali eno skupino ljudi z drugimi ljudmi ali s kakšnimi drugimi skupinami ljudi. Interesi se križajo. Vsako križanje interesov bomo imenovali konfliktna situacija. Teorija iger je teorija ravnanja v konfliktnih situacijah. Konfliktne situacije se med seboj razlikujejo po tem, kako zelo so si nasprotujoči interesi udeležencev. Konfliktne situacije, pri katerih velja, da je vsaka pridobljena prednost ene strani enaka izgubi, ki jo utrpi druga stran, imenujemo antagonistične situacije. Takšne situacije so v realnosti razmeroma redke. Pogosto se konfliktna situacija razpleta tako, da si oškodovana stran deloma pridobi korist na škodo nasprotnika, križanje interesov pa jima je lahko tudi spodbuda, da si pomagajo z nevtralnimi viri (Jamnik 1973, 9–10). Pojasnimo zapisano na primeru: dve podjetji na trgu med seboj konkurirata in z vso vnemo pridobivata kupce. To se jima lahko posreči na dva načina: podjetje lahko pridobi kupce s pomočjo reklame in jih s to potezo odtegne nasprotniku; ali pa svoje izdelke posodobi z novimi tehnološkimi postopki in jih tako očitno izboljša ter zniža njihovo ceno, da s tem pridobijo tudi nove kupce. Bolj zanesljiv je drugi način in prav zato je konkurenca močna spodbuda za gospodarski napredek (Jamnik 1973, 10). V konfliktni situaciji, pri kateri dobi udeleženec neko korist delno na škodo drugih udeležencev, delno pa zaradi konstruktivnega sodelovanja s soudeleženci oziroma od zunanjih dejavnikov, prav tako lahko imenujemo antagonistične ali neantagonistične situacije (Omladič 2002, 146).

Kot vidimo, je teorija iger zelo uporabno orodje na družboslovnem in prav tako naravoslovnem področju. Kot smo že omenili, teorija iger ne proučuje samo ekonomskega ravnanja, ampak tudi obnašanja živali. Omenimo, da je Charles Darwin postavil nekaj neformalnih teoretičnih izhodišč na tem področju (Fošner 2012, 256). V teoriji iger je vključena obravnava od preprostejših zadev, kot so antagonistične situacije v najčistejši obliki, med katere spada na primer raziskovanje določenih družabnih iger. Obravnava pa tudi bolj kompleksne konfliktne situacije, ki jih sicer med družabnimi igrami ne srečamo, vendar je tudi tukaj razplet podoben poteku igre in lahko govorimo o situacijah igre. Obravnava celo takšne konfliktne situacije, ki z igrami nimajo tako rekoč nobene zveze. Eden takšnih primerov je investicija v izkoriščanje naravnih bogastev, pri kateri zaradi nepoznavanja vseh okoliščin v zvezi z investicijo ne vemo, kakšen bo njen učinek. Če so okoliščine neugodne, bodo povzročale izgubo. Pri takšnem primeru se poraja vprašanje, kaj je treba ukreniti (katera je tista poteza, ki bi jo bilo treba narediti), da bo izguba, ki bi jo morebiti povzročile neznane okoliščine, pod določeno mejo in da bo hkrati gospodarski učinek te investicije optimalen. Tudi tu gre za konfliktno situacijo, t. i. igro z naravo. Upoštevamo, da narava ni razumen nasprotnik, vendar ima v tem primeru vlogo igralca, saj so nam nekatere okoliščine neznane in moramo ravnati tako, kot da ima narava več možnosti. Katero možnost pa bo izbrala, ni odvisno od nas (Jamnik 1973, 13).

Osnovni pojmi teorije iger

Družabne igre lahko ločimo v dve skupini, ki se razlikujeta na podlagi izida igre. V prvi skupini so igre, pri katerih je izid odvisen samo od naključja. Imenujemo jih igre na srečo ali hazardne igre, kot so kockanje, ruleta, black jack, metanje kovanca in podobno. V drugi skupini iger pa je izid odvisen tudi od spretnosti igralcev. Imenujemo jih strateške igre, pri njih je potek odvisen od odločitev igralcev in naključja. Čista strateška igra je šah, edino izbira barve je lahko odvisna od naključja. Prav tako je tudi tarok strateška igra, saj igralci, kljub naključni ali enaki porazdelitvi kart, odločajo o poteku igre. Omenimo, da se teorija iger ukvarja samo s strateškimi igrami. V vsakdanjem pogovoru je beseda »igra« pogost pojav za različne namene: kino igra, otroci se radi igrajo, v gledališču igrajo itd. Zato ni odveč, da opredelimo, kaj označujemo pod besedo »igra«.

Igra je zbirka pravil in dogovorov, po katerih se morajo ravnati udeleženci. Igra se od drugih iger ločuje po predpisanih pravilih in dogovorih. Vsako realizacijo predpisane zbirke pravil imenujemo partija.

Udeležence igre imenujemo igralci. Označimo jih s P (P_1 je prvi igralec, P_2 je drugi igralec itd.). Pomembno je poudariti, da en igralec ni nujno ena sama oseba, ampak je lahko skupina oseb. V primeru, ko imajo udeleženci igre povsem enake interese, jih obravnavamo kot enega igralca. Pri taroku, ki ga igrajo štiri osebe, se navadno te razdelijo v dve skupini – 2 : 2 ali 3 : 1. Tako v prvem kot v drugem primeru je tarok igra med dvema igralcema. Seveda obstaja izjema, pri kateri vsi udeleženci igrajo vsak zase.

Igra poteka tako, da v določenih fazah igre igralci izbirajo zanje najugodnejši možni ukrep, ki jim je na voljo. Izbrani ukrep imenujemo izbira igralca. Trenutek, ko igralec v določeni fazi realizira svojo izbiro, imenujemo poteza (Jamnik 1973, 14).

Igre ločujemo po različnih kriterijih (Jamnik 1973, 15–16). Eden izmed teh je število igralcev. Ločimo igre z dvema igralcema (na primer šah), igre med tremi igralci (na primer poker) in igre med več igralci. Če smo čisto natančni, obstaja tudi igra z enim igralcem, in to je pasjansa.

Naslednji kriterij je izid igre med igralci. Zapišemo ga z n-terico števil

$$(d_1, d_2, \dots, d_n)$$

d_1 pomeni dobiček igralca P_1, d_2 dobiček igralca P_2 in tako naprej. Dobički so lahko pozitivni ali negativni. Negativni pomenijo izgubo. Če dobički nekaterih igralcev izvirajo samo iz izgub drugih, so med števili vselej nekatera pozitivna in nekatera negativna, njihova vsota pa je enaka nič.

$$d_1 + d_2 + \cdots + d_n = 0.$$

Takšno igro imenujemo igra z vsoto nič ali antagonistična igra, pri kateri so si interesi udeležencev nasprotujoči. Dobiček izvira iz izgube nasprotnika. Igre, pri katerih zgoraj naveden predpis ne velja, imenujemo igre z vsoto, različno od nič, oziroma neantagonistične igre. Pri neantagonističnih igrah dobiček igralca vedno ne izvira iz izgube nasprotnika. Če v neantagonistični igri sporazum med igralcema ni mogoč, je igra nekooperativna. Če se igralca lahko vnaprej dogovorita, govorimo o kooperativnih igrah. Skupina posameznikov običajno tvori koalicijo in poišče strategije, ki bodo maksimirale njihov dobiček (Samuelson in Nordhaus 2002).

Glede na število ponovitev (oziroma potez v partiji) ločimo enkratne igre (one-shot games) in igre s ponavljanjem (repeated games). Igre s ponavljanjem se delijo na končne igre (finitely repeated games), neskončne (infinitely repeated games) in igre z nedoločljivim koncem (indefinitely repeated games). Pri končnih igrah je na voljo končno število potez in v vsaki potezi končno število izbir. Vsaka druga igra od tega pogoja je neskončna. Končne igre delimo na:

- normalne igre: v njih ima vsak igralec po eno potezo in nobene informacije;
- ekstenzivna ali razširjena oblika igre: igre z več kot dvema potezama, neodvisno od stopnje informacije.

Teorija iger predpostavlja, da so igralci pri sprejemanju svojih odločitev racionalni. Natančneje ob predpostavki, da je racionalnost splošno skupno znanje igre. Zaporedje naslednjih trditev definira to lastnost (Auman 1976, 1236–9, po Vega-Redondo 2003, 31):

- prvi in drugi igralec sta racionalna;
- prvi in drugi igralec vesta, da sta oba racionalna;
- prvi in drugi igralec vesta, da oba igralca vesta, da sta oba racionalna;
- prvi in drugi igralec vesta, da oba vesta, da vesta, da sta oba racionalna.

Igralec je racionalen, če bo želel maksimirati svoje plačilo in se zaveda, da ima isti namen tudi nasprotnik. Racionalnost je lahko identificirana tudi z eliminiranjem dominantnih strategij in igranjem dopustnih strategij. Prav tako lahko igralec upošteva pogoj, da vedno izbere tisto strategijo, za katero misli, da je najboljša možna izbira proti nasprotniku in njegovi izbiri (Vega-Redondo 2003, 61–69).

Opredelimo še poglavitne značilnosti konfliktnega položaja, v katerem se znajdeta dve osebi ali skupini oseb (Jamnik 1973, 10–11):

1. Obe strani imenujemo P_1 in P_2, vsaka stran skuša doseči neki namen. Namena obeh strani sta nezdružljiva. Obe strani ne moreta doseči svojega namena hkrati; ali ga doseže P_1 in P_2 ne oziroma ga doseže P_2 in P_1 ne, ali pa izgubita obe strani. Eden takšnih primerov je vojna, kjer je namen obeh strani isti, in sicer zmaga. Očitno je, da ne moreta zmagati obe strani, lahko pa se zgodi, da ne zmaga nobena stran.

2. Pri ukrepanju v konfliktni situaciji obe strani ravnata po določenih pravilih. Bodi si, se upoštevajo določene moralne norme ali pa gre za ravnanje po naravnih zakonih. Na primer, upoštevanje določenih mednarodnih dogovorov v vojni.

3. Obe strani ravnata razumno, to pomeni, da vedno izbereta tisti ukrep, ki z največjo verjetnostjo obljublja ali zagotavlja kar se da veliko korist. Pri odločanju upoštevata zunanje okoliščine (stvari, ki so neodvisne od P_1 in P_2) in možnosti nasprotnika. Možnosti nasprotnika v vojni so na primer človeški in materialni potencial, prometne zveze z bojiščem in podobno. Med zunanje okoliščine pri vojni lahko na primer upoštevamo vremenske razmere.

4. Da bo značilnost druge točke smiselna, vedno obstaja sodilo, ki omogoča oceno koristi vsakega ukrepa za obe prizadeti strani. Moramo pa priznati, da je ta zahteva v realnem konfliktnem okolju včasih težko uresničena. To težavo lahko odpravimo tako, da zgoraj opisan matematični model prilagodimo dani konfliktni situaciji.

3 NASTANEK IN RAZVOJ TEORIJE IGER

Teorija iger je razmeroma mlada disciplina uporabne matematike. Zanimanje zanjo je zelo narastlo, ko se je pokazalo, da lahko ima pomembno vlogo in je zelo uporabna v ekonomskih vedah in vojni.

Igre nas spremljajo že od začetka pojava starih civilizacij, kjer so se ljudje odločali o vojnah, običajih, diplomaciji in podobno.

Začetek teorije iger sega daleč nazaj pred uradno sprejeto definicijo te mlade matematične discipline. Primer iz »Talmuda« (Aumann in Maschler 1985, 195–213) dokazuje, da so se že v obdobju nastajanja zgoraj omenjenega judovskega svetega dela od 100 let pr. n. št. do 5. st. n. št. pojavile določene teorije oziroma predlogi ravnanja v določenih konfliktnih situacijah. »Talmud« (v prevodu: napotki, učenje) je judovska sveta knjiga, najpomembnejše delo ustne oblike Tore in zajema zbirke pisanih diskusij med rabini. Diskusije se nanašajo na judovsko pravo, etiko, etnologijo in zgodovino. Pri pisnem nastajanju »Talmuda« naj bi skozi stoletja domnevno sodelovalo več kot 2.500 rabinov. Talmud prav tako predstavlja osnovo kazenskega in civilnega prava. Eden izmed ohranjenih problemov v »Talmudu« je problem poročne pogodbe. V primeru smrti moža, ki ima tri žene, zakon določa, naj svoje premoženje razdeli v razmerju 100 : 200 : 300. Za primer smrti moža, ki je imel v lasti 100 enot, se priporoča razdelitev njegovega premoženja na enake dele. Kadar je imel mož v lasti 200 enot, se priporoča razdelitev njegovega premoženja v razmerju 50 : 75 : 75. Če pa je mož posedoval 300 enot, se priporoča proporcionalno deljenje premoženja v razmerju 100 : 150 : 300. Opazimo, da »Talmud« podaja na videz protislovne predloge. Leta 1985 so ugotovili, da v bistvu »Talmud« v svojih predlogih uporablja moderno teorijo kooperacijske igre, za katero je značilno, da vsaka rešitev zadošča jedru točno določene igre (Aumann in Maschler 1985, 195–213).

Sledi o teoretiziranju iger najdemo tudi v 18. st., ko je 13. novembra 1713 J. Waldegrave zapisal prvo znano minimaks rešitev mešane strategije dveh oseb. Waldegrave je v svojem dopisu za P. R. de Montmor opisoval verzijo igre s kartami dveh oseb, imenovano »le Her«. P. R. de Montmor je na podlagi njegovega razmišljanja podal svojo rešitev, ki se glasi optimalno ravnovesje mešane strategije ravnotežja. Svojo ugotovitev je v pismu poslal N. Bernoulliju. Ker je P. R. Montmor dvomil o svojem prepričanju, da je mešana strategija del običajnih pravil iger, na srečo, svojih ugotovitev ni apliciral na druge igre. Waldegravejevo rešitev igre »le Her« je leta 1934 odkril L. A. Fisher. Teorijo o svojem odkritju je objavil v članku »Randomisation and an Old Enigma of Card Play« (Fisher 1934, 18, po Walker 2012).

Leta 1838 je A. Cournot v svoji knjigi »Raziskava o matematičnih načelih teorije bogastva« obravnaval poseben primer dvopolnosti in uporabljal koncept rešitev, ki so predhodna različica Nashevega ravnovesja (Walker 2012). Cournotu lahko pripišemo, da je iznašel teorijo o oligopolnih trgih. Na primer, drugo podjetje poda konkurenčni izdelek na trg naslednje leto, medtem ko prvo podjetje poda ta konkurenčni izdelek na trg to leto. To pomeni, da ima drugo podjetje obširnejšo strategijo planiranja. Predvidevamo lahko, da drugo podjetje svojo strategijo planiranja snuje neodvisno od prvega podjetja (Myerson 1996, 7-9).

Omeniti moramo tudi Zmerlov sestavek »O uporabi teorije množic v teoriji šahovske igre«, ki je izšel leta 1912 (Jamnik 1973, 16). Znan je tudi Zermelov izrek, ki pravi, da lahko v šahu črni ali beli izsili zmago oziroma da lahko obe strani izsilita vsaj neodvisen izid. Izrek je v članku z naslovom »Uber eine Anwendung der Mengenlehre auf die Theorie des Schachspiels« objavil leta 1913. Njegov prispevek sta posplošila in nadgradila D. Konig in L. Kalmar. L. Kalmar v svojem članku poda prvi dokaz Zmerlovega izreka, saj ga Zmerlov ni podal (Walker 2012).

Odgovor na Cournotovo mišljenje ima francoski matematik E. Borel. S strateškimi igrami se je ukvarjal sistematično. V raziskavah, ki jih je objavil v letih 1921–1927, je izrazil domnevo o obstoju osnovnega izreka teorije iger, ampak tega ni dokazal (Jamnik 1973, 17). Borel je predstavil vsako igro kot matriko števil, ki predstavlja pričakovano vrednost vsakega igralca za vsak par v matriki igre. Metoda igranja bi po njegovem morala biti razumljena kot: »koda, ki določa vsako možno okoliščino (po možnosti konča števila), ki natančno prikazuje, kaj naj udeleženec naredi«. Borel je podal prvo sodobno formulacijo mešane strategije, skupaj z iskanjem minimaks rešitev za igre dveh oseb s tremi do petimi možnimi strategijami. Najprej je trdil, da več možnih strategij igre ne bi optimiralo rešitve, nato je to trditev opustil (Walker 2012).

Domnevo o obstoju osnovnega izreka o teoriji iger je leta 1928 v spisu »K teoriji družabnih iger« dokazal John von Neumann. Zaradi Neumann-novega minimaks izreka nekateri imajo leto 1928 za rojstno leto teorije iger (Jamnik 1973, 17). Neumann navaja, da je vsaka igra z vsoto nič med dvema igralcema in s končnim številom čistih strategij vnaprej določena. Če so možne mešane strategije, ima igra natanko en plačilni vektor. V dokazu so uporabljene nekatere funkcionalne in topološke metode. Uvedel je tudi razširjeno oziroma ekstenzivno obliko igre. J. Von Neumann je v svojem zgodnjem delu zaključil, da udeleženci igre pri izbiri svoje strategije ne smejo vedeti, katero strategijo je izbrala druga stran (von Neumann 1928, 295−320, po Walker 2012). Prav tako je J. von Neumann nadgradil Cournotovo domnevo o konkurentih in njihovih ravnanjih na trgu (glej primer zgoraj). J. Von Neumann je prišel do zaključka, da konkurenti na trgu sprejemajo svoje strateške odločitve neodvisno od drugih konkurentov (Walker 2012).

Leta 1944 je John von Neumann skupaj z Oscarjem Morgensternom napisal zajetno knjigo »Teorija iger in ekonomsko ravnanje«, ki še danes velja za temeljno delo o teoriji iger (Fošner 2012, 245). V tej knjigi sta avtorja dokaz izreka o minimaks revidirala in podala osnovnejšo različico Villovega osnovnega in hkrati delno topološkega dokaza iz leta 1938 (Walker 2012). Knjiga zajema razlago teorije iger z ničelno vsoto med dvema igralcema, pojasnjuje pojme kooperativne igre s prenosljivimi koristmi in njegovo koalicijsko obliko ter določa von

Neumannove in Morgensternove stabilne množice. L. H. Loomis je leta 1946 v svojem članku »On a Theorem of von Neumann« prvi podal algebrični dokaz o minimaks izreku. Leta 1947 sta von Neumann in Morgenstern izdala drugo dopolnjeno izdajo knjige. V njej sta podala aksiomatično teorijo koristnosti, vendar nista upravičila omejitvene domneve, da so vse koristi (vrednosti) prenosljive in, da so vse igre, igre z vsoto nič. (Myerson 1996, 12).

Zelo pomemben prispevek k razvoju teorije iger je doprinesel talentiran matematik John Forbes Nash. V njegovih štirih člankih, objavljenih med letoma 1950 in 1953, je uvedel teorijo o pogajanjih in teorijo o nekooperativnih igrah. V svojih dveh člankih z naslovom Equilibrium Points in N-Persons Games (1950) in Noon-cooperative Games (1951) je Nash dokazal obstoj strateškega ravnovesja za nekooperativno igro, ki ga poznamo pod imenom Nashevo ravnovesje. Predlagal je tudi študij kooperativnih iger prek povezav z nekooperativno igro, ki ga imenujemo Nashev program. V drugih dveh člankih o teoriji pogajanja, The Bargaining Problem (1950) in Two Persons Cooperative Games (1953), je Nash formuliral aksiomsko teorijo pogajanja, podal glavno teorijo o ravnovesju za igre med dvema igralcema, dokazal obstoj Nasheve rešitve pogajanj in zagotovil prvo izvedbo t. i. Nashevega programa (Walker 2012). J. C. McKensy je leta 1952 napisal prvi učbenik o teoriji iger z naslovom »Introduction to the Theory of Games« (Walker 2012).

Med začetnike povezovanja teorije iger z ekonomijo, ki sta jo začela leta 1944 von Neumann in Morgenstern (Theory of Games and Economic Behaviour), štejemo tudi L. S. Shapleyja. Med letoma 1952 in 1953 sta L. S. Shapley in D. B. Gillies razvila pojem jedro (»core«) kot splošni pojem za rešitev igre. Jedro je množica dodeljenih strategij, ki jih ni mogoče izboljšati z nobeno koalicijo (Walker 2012). Shapley je leta 1953 v svojem članku A Value for N-Person Games zasnoval svojo teorijo vrednosti, ki jo imenujemo Shapleyjeva vrednost. Na podlagi množice aksiomov je podal koncept rešitve, ki se navezuje na vsako koalicijsko igro in ponujajo edinstveno rešitev. Prav tako je L. S. Shapley z M. Shubikom zasnoval t. i. Shapley-Shubikov indeks oziroma meritev odločanja igralcev. V članku z naslovom A Method for Evaluating the Distribution of Power in a Committee System sta objavila enega izmed prvih primerov uporabe teorije iger v političnih vedah. S pomočjo Shapleyjeve vrednosti sta lahko določila vplivnost članov varnostnega sveta ZN (Walker 2012).

Leta 1959 je M. Shubik prvi predstavil eksplicitno nekooperativen pristop igre k modeliranju oligopolov v knjigi »Strategy and Market Structure: Competition, Oligopoly and The Theory of Games«. V knjigi so opazne osnovne ideje Folkovega izreka, ki izhajajo iz razvoja študije ponavljajočih se iger. Folkov izrek pojasnjuje, da v neskončno ponavljajoči se igri ravnovesje rezultatov sovpada z možnim racionalnim rezultatom igre, ki temelji na eni potezi (Walker 2012).

Leta 1961 je R. C. Lewontin prvi apliciral teorijo iger v evolucijski biologiji. Uporabimo jo lahko v povezavi z vrstami, njihovim razvojem in obstankom. Živali v soočenju izbirajo strategije naravno, tako da maksimirajo svoje sposobnosti za preživetje. Njihovo obnašanje določa reprodukcijska sposobnost. Od tega je odvisno preživetje vrste. Z vidika evolucijske teorije iger lahko povzamemo, da je dobiček ekvivalenten povečanju sposobnosti preživetja, kar pomeni sposobnosti uspešnega razmnoževanja (Lewontin 1961, po Walker 2012). Istega leta je R. J. Aumann v svojem prispevku The Core of a Cooperative Game Without Side Payments razširil pojem jedra na igre z neprenosljivo koristnostjo.

Leta 1962 sta D. Gale in L. S. Shapley v članku College Admission and the Stability of Marrige izpostavila vprašanje, ali ima ustrezno določena koalicija igre z neprenosljivo koristnostjo neprazno jedro. Dokazala sta obstoj nepraznega jedra in izdelala algoritem za iskanje točke v njem. M. Shubik v svoji knjigi »Incentives, Decentralized Control, the Assignment of Joint Costs and Internal Pricing« aplicira teorijo iger z razporejanjem stroškov v podjetjih. Navaja, da lahko v podjetjih, kjer imajo decentralizirano sprejemanje odločitev, Shaplyjevo vrednost uporabijo za zagotavljanje sredstev za oblikovanje spodbud za združevanje stroškov naloge in notranje oblikovanje cen. Prvo povezavo teorije iger z zavarovalništvom je uvedel K. Borch leta 1962. Pokaže nam, da lahko z uporabo teorije iger določimo ustrezno premijo različnih zavarovalnih razredov, ko je podana zahtevana skupna premija za vse razrede. Menil je, da prav Shaplyjeva vrednost poda ustrezno premijo za vse razrede tveganja (Walker 2012).

O. N. Bondareva (1963) je ugotovila, da kadar je igra pri prenosljivi koristnosti uravnotežena, njeno jedro ni prazno. Shapley je prišel neodvisno od O. N. Bondareve do istih zaključkov in jih opredelil v svojem članku leta 1967. R. J. Aumann in M. Maschler (1964) sta prva uvedla in opredelila idejo o množici pogajanja, ki vsebuje jedro, ki ni nikoli prazno. Dve leti kasneje sta uvedla še neskončno ponavljajoče se igre z nepopolno informacijo. Najbolj znano definicijo o razlikovanju med kooperativno in nekooperativno igro je leta 1966 podal J. Harsanyi. Igra je kooperativna, če so obveze, kot so sporazumi, obljube in grožnje, izvršljive in v celoti zavezujoče. Igra je nekooperativna tedaj, ko obveze niso izvedljive. V naslednjih dveh letih je Harsanyi oblikoval teorijo iger z nepopolno konkurenco. Osnoval je teoretične temelje informacijski ekonomiji. Lucas je leta 1968 prišel do zaključka, da stabilne množice ne obstajajo vedno. Ugotovitev, da je jedro eno in vedno obstaja, je v svojem prispevku podal Schmeidler istega leta. Prav tako je Shapley (1968) v svojem članku določil vrednost igre z neprenosljivo koristnostjo. Leta 1969 sta L. S. Shapley in M. Shubik dokazala, kateri je potreben pogoj, da je koalicijska igra tržna. Koalicijska igra je tržna takrat, kadar imajo igra in njene podigre neprazno jedro (Walker 2012).

O. Morgenstern je leta 1972 ustanovil International Journal of Games Theory. Evolucijska teorija iger je istega leta doživela nadgradnjo z evolucijsko stabilnimi strategijami (ESS), ki jih je v svojem članku predstavil J. M. Smith. Nov koncept se je izkazal kot zelo uporaben v ekonomiji in biologiji. K tako veliki uporabnosti koncepta evolucijsko stabilnih strategij je prav tako pripomogla objava J. M. Smitha in G. Pricea v članku The Logic of Animal Conflict. Predpostavlja, da bi morale določene vrste vdor manjših skupin tujih osebkov preživeti brez večjih težav. Njihovo preživetje pa je odvisno od njihovega obnašanja in strategije, ki jo izberejo. Ob tem predpostavljajo, da celotna vrsta izbere enako strategijo, vdirajoča vrsta pa ubere drugačno strategijo. Z izbiro strategije ESS se bo populacija imela možnost zoperstaviti vdoru manjše skupine in dosegla večjo frekvenco ter stabilno populacijo, glede na mutacije in migracije (Grošelj 2001).

R. Selten je vpeljal koncept popolnega ravnovesja tresoče roke, ki je bil spodbuda za oplemenitenje industrije. Nasheva neodvisnost irelevantnih alternativ z aksiomom monopolnosti je dobila nadgradnjo. Nova rešitev je znana kot rešitev Kalai – Smorodinsky. Faulhaber (1975) je dokazal, da je množica cen brez subvencij tista množica cen, katerih vektor pripadajočih dohodkov leži v jedru igre stroškovne dodelitve. Dogodek je splošno znan med množico agentov, če vsi vedo in vsi vedo, da vsi vedo in tako naprej v neskončnost. Ta ideja se je prvotno pojavila filozofu D. K. Lewisu že leta 1960, ampak teoretiki iger in ekonomisti so šele ob formulaciji te ideje R. Aumanna leta 1976 popolnoma doumeli pomembnost le-te (Walker 2012).

Rubinstein (1982) je preučil nekooperativen pristop k pogajanju. Ponudbe so podane zaporedno do samega sprejetja le-te. Možno je ponuditi neomejeno število ponudb v igri, vendar vsak udeleženec plača strošek za zamude. Prav tako je Rubinstein dokazal, za čas, ko je strošek vsakega igralca podan s faktorjem popusta delta, je popolno ravnovesje podigre edinstveno. Roth (1984) je na osnovi Gala in Shaplyja apliciral jedro na primer dodelitve stažistov bolnišnicam. Ugotovil je, da so že leta 1950 ameriške bolnišnice razvile način dodeljevanja nalog, ki je točka v jedru. Bernheim (1984, 1007–1028) in Pearce (1984) sta v svojih člankih vpeljala idejo o racionalnosti. J. F. Mertens in S. Zamir (1985) sta odgovorila na vprašanje, ki se pojavlja pri Bayesovi igri, in sicer ali je možno oblikovati takšno situacijo, ki ne omogoča pojava dovolj velikih množic vrst in vsebuje vse potencialne informacije, ki bi jih udeleženci naj imeli. V svojem članku sta dokazala, da takšne situacije ni mogoče kreirati. Med letoma 1985 in 1986 se je oblikovala ideja o omejeni racionalnosti v ponavljajočih se igrah, na osnovi Aumannove teorije o avtomatih. Leta 1988 sta J. C. Harsanyi in R. Selten oblikovala prvo teorijo o možnosti izbire med ravnovesji. Teorija ponuja merila za izbiro ene določene ravnovesne točke za vse kooperativne in nekooperativne igre. Formalen opis predpostavk o igralčevem znanju na osnovi Nashevega ravnovesja in racionalnosti sta istega leta podala Tan in Werlang. Pri Nashevem ravnovesju se pojavlja vprašanje oziroma problem, kako se udeleženci igre naučijo ravnovesja. Problem učenja sta na podlagi Brownovega učnega procesa pri navideznih igrah med prvimi obravnavali D. Fundenbergova in D. Krepsova ter ugotavljata, da v tem primeru igralci občasno izberejo naključne strategije pri razširjenih oblikah igre (Walker 2012).

Leta 1990 je D. M. Krep prvi napisal učbenik na univerzitetni ravni za popolno integracijo teorije iger v standardno mikroekonomsko okolje. Istega leta je Crawford v svojem članku razpravljal o Nashevem ravnovesju mešanih strategij, kadar igralci preferenčno ne izpolnjujejo potrebnih predpostavk, ki so pogoj pričakovane funkcije koristnosti. R. J. Aumann in S. Hart sta leta 1992 objavila »Handbook of Game Theory with Economic Application, Volume 1«. Leta 1994 je izšla prva knjiga z naslovom »Game Theory and the Law«, ki obravnava pravo in ekonomijo na podlagi teorije iger (Walker 2012).

Švedska kraljeva akademija je do sedaj podelila Nobelovo nagrado za ekonomske znanosti na področju teorije iger veliko teoretikom. Leta 1994 je Nobelovo nagrado prejel John Forbes Nash za pomembno matematično odkritje, ki ga poznamo pod imenom Nashevo ravnovesje. To nagrado si deli z J. C. Harsanyijem in R. Seltenom za velik prispevek analize ravnovesja nekooperativnih iger. Leta 2005 sta nagrado prejela R. J. Aumann in T. C. Schelling za njun prispevek o izboljšanem razumevanju kooperativnih iger in konfliktov. A. Roth in L. Shapley sta dobitnika Nobelove nagrade leta 2012. Osrednji most, ki povezuje oba nagrajenca, je, da ni mogoče manipulirati z algoritmi, opozarja Roth (2002), prav to pa je bistveni element stabilnosti, o kateri razpravlja Shapley (Kovač 2012).

4 KONČNE IGRE

Za teorijo iger je preučevanje iger z enim igralcem in vsoto nič povsem nezanimivo, saj ne predstavlja konfliktne situacije. Prav tako v igri z vsoto, različno od nič, pri enem igralcu ne prihaja do križanja interesov oziroma konfliktne situacije. Proučevanje iger med dvema igralcema pa postane zanimivo, saj jih lahko apliciramo na določena področja ekonomije, politike, prava, vojske in operacijskih raziskav, kjer prihaja do konfliktnih situacij (Fošner 2012). V tem poglavju smo se osredotočili na končne antagonistične in neantagonistične igre. Pomnimo, da se končne igre delijo na strateško in ekstenzivno obliko iger.

4.1 Strateške igre

Strateška igra je igra v normalni obliki, pri kateri imata igralca vsak po eno potezo in nobene informacije o preteklih dogodkih v igri. Igralca izbereta svojo strategijo istočasno in neodvisno ob predpostavki, da so njune izbire racionalne. Strateške igre uvrščamo med nekooperativne igre, saj sporazum o enaki izbiri med igralcema ni mogoč. Vnaprejšnja dogovarjanja o skupnem ravnanju med igralcema niso mogoča. Rezultat strateške igre je določeno število oziroma vrednost, ki jo imenujemo plačilo (von Stengel in Turocy 2001, 3). Poglejmo najprej splošen opis končne igre med dvema igralcema v strateški obliki (Osborne in Rubinstein 1994, 11):

Strateška oziroma normalna oblika igre je sestavljena iz:

- množice izbir N (končno število potez igralcev),
- za vsakega igralca $i \in N$ velja neprazna množica A_i (množica možnih izbir igralca i),
- za vsakega igralca $i \in N$ je preferenčna relacija $\succsim_i$, za $A = \times_{j \in N} A_j$ (preferenčna relacija igralca i).

Če je v množici A_i vsakega igralca i končno število izbir, je igra končna. Strateški profil $a = (a_j)_{j \in N}$ prvega igralca ponazarja rezultat, strategija igralca $\times_{j \in N} A_j$ predstavlja rezultat igralca A. Preferenčna relacija $\succsim_i$ igralca i v strateški obliki lahko predstavlja plačilno funkcijo $u_i\colon A \to \mathbb{R}$, pod pogojem, da je $u_i(a) \geq u_i(b)$ in $a \succsim_i b$.

Igralci si v strateški obliki iger prizadevajo za uresničitev svojega cilja maksimirati svoje plačilo, vendar optimizacija igralčevega plačila ni odvisna samo od njegove izbire, ampak tudi od izbire nasprotnika. Rešitev, ki omogoča hkratno maksimizacijo individualnega plačila vseh udeležencev igre, je Nashevo ravnovesje (Vega-Redondo 2003, 35). Uporaba Nashevega ravnovesja predpostavlja stabilno oziroma ugodno stanje igre (t. i. stady state), pri katerem igralci pravilno predvidevajo obnašanje (njihove odločitve in strategije) nasprotnikov in so racionalni. Izbrana strategija igralca mora ponazarjati najboljšo možno izbiro (da bo maksimirala igralčev dobiček). Nashevo ravnovesje strateške oblike igre $\langle N, (A_i), (\succsim_i) \rangle$ je takšen strateški profil $a^* \in A$, da za vsakega igralca $i \in N$ velja (Osborne in Rubinstein 1994, 14–15):

$$(a^*_{-i}, a^*_i) \ \succsim_i \ (a^*_{-i}, a_i) \text{ za vse } a_i \ \in \ A_i.$$

Nashevo ravnovesje igre je strateški profil a^*, za katerega velja:

$$a^*_i \in B_i(a^*_{-i}) \ za \ vse \ i \in \ N.$$

Strateški profil a^* je Nashevo ravnovesje strateške igre v normalni obliki, če je za vsakega igralca i in vsako strategijo a_i igralca i strateški profil a^* najmanj toliko ugoden kot strateški profil (a_i, a^*_{-i}) za igralca i, če izbere a^*_i, medtem ko igralec j izbere a^*_j. Funkcija B_i (best response function) predstavlja najboljšo možno odločitev oziroma reakcijo igralca i. Igralec i poskuša uganiti, katero izmed možnih čistih strategij bo izbral nasprotnik (igralec j), in pri tem sam izbere tisto strategijo, ki bo odražala njegovo najboljšo odločitev nasproti odločitve nasprotnika (Ferguson 2008, 36). Za vsakega igralca i je

$$u_i(a^*) \geq \ u_i(a_i, a^*_{-i}) \ za \ vsako \ strategijo \ a_i, igralca \ i,$$

pri katerem je u_i plačilna funkcija, ki predstavlja prednostno izbiro igralca i (Osborne 2002, 21). Iz teorije o fiksni točki izhaja pogoj, da vrednost profila a^*, za katerega velja $a^* \in B(a^*)$, vedno obstaja (Osborne in Rubinstein 1994, 19). Tako ima funkcija B_i fiksno točko; vsaka fiksna točka je Nashevo ravnovesje igre. S pomočjo Kakutanijeve teorije o fiksni točki je Nash dokazal obstoj ravnovesja za vse končne igre v strateški obliki (Myerson 1996, 13). Tako je Nash leta 1951 dokazal, da imajo vse končne nekooperativne igre v strateški obliki, pri katerih je strateški profil odraz mešanih ali čistih strategij, vsaj eno Nashevo ravnovesje (Osborne in Rubinstein 1994, 20; Economic Sciences 1994, 164).

Uporaba Nashevega ravnovesja za rešitev strateške oblike iger je splošno znano in samoizvršljivo, saj je vedno racionalno utemeljeno. Predstavlja izid, pri katerem noben igralec ne želi spremeniti svoje izbrane strategije. Dana situacija mora torej izpolnjevati dva pogoja (Vega-Redondo 2003, 35–39):

1. Izbrana strategija igralca mora odražati najboljšo možno strategijo (da bo maksimirala plačilo posameznika); prav tako igralci pravilno predvidevajo, katero strategijo bo igral nasprotnik.
2. Pravilno predvidevanje o igralčevi strategiji (racionalnost) mora biti *ex ante* predvidevanje.

Nashevo ravnovesje se je izkazalo za zelo uporaben koncept predvsem v omejeni kategoriji strateških situacij, poznanih kot igre z vsoto nič (zero-sum games). V teh igrah so si interesi igralcev striktno nasprotujoči. Nashevo ravnovesje zagotavlja ista plačila igralcev, ravnovesja so lahko tudi zamenljiva (Vega-Redondo 2003, 68). Več o igrah z vsoto nič bomo pojasnili v naslednjem poglavju.

Podajmo primer strateške igre, imenovane Zapornikova dilema (Vega-Redondo 2003, 1–2). Igra vključuje dva obtoženca, ki sta bila aretirana zaradi suma storitve kaznivega dejanja.

Obtoženca imata na voljo dve izbiri, zločin priznata ali zanikata. Zapornika sta nameščena v ločenih celicah, zato se ne moreta dogovoriti za sodelovanje. Če eden izmed njiju prizna zločin, je svoboden, drugi obtoženec dobi 12 let zaporne kazni. Če oba zapornika obtožita drug drugega, sta na podlagi obstoječih dokazov obsojena na deset let zapora. In nazadnje, če zapornika ne sodelujeta z javnim tožilcem in nobeden od njiju ne prizna krivde (se odločita za medsebojno sodelovanje), sta obtožena na eno leto zapora. Spodnja plačilna tabela prikazuje negativno število let zaporne kazni v odvisnosti od izbrane množice strategij {P, Z}. Strategiji prvega igralca sta prikazani v vrsticah, strategiji drugega igralca sta prikazni v stolpcih.

Preglednica 1: Zapornikova dilema

1 \ 2	P	Z
P	-10, -10	0, -12
Z	-12, 0	-1, -1

Odločitve sprejemata individualno in neodvisno drug od drugega v pisarni tožilca. Oba obtožena se ravnata po kriterijih racionalnega odločanja (maksimizaciji individualnega plačila). Rezultat igre je strategija priznanja (P, P), ki jo imenujemo dominantna strategija, saj je boljša izbira kot alternativa Z, ne glede na potezo, ki jo naredi drug obtoženec. Za strategijo priznanja posameznik v nobenem primeru ne bo obžaloval, saj bo obžaloval za prostostjo (če drugi zapornik ne prizna) bodisi za dve leti manj zapora, če prizna (ob predpostavki, da tudi drugi prizna). Iz tabele pa je hitro razvidno, da je za oba obtoženca bolje, da ne priznata (Z,Z), če imata možnost sodelovanja in vnaprejšnjega medsebojnega dogovora. Igra predstavlja paradoksalno situacijo, pri kateri ni pomembna samo lastna izbira, ampak tudi izbira nasprotnika. Pomnimo, da je posameznik vpeljan v negotov položaj, pri katerem ne pozna odločitev drugega. Tako njegova odločitev priznanje (P, P) upraviči racionalnost. Zapornikova dilema je primer mnogih situacij, pri katerih je v ospredju interes. Na primer, dve konkurenčni podjetji na določenem trgu se odločata med agresivno in neagresivno cenovno politiko.

4.2 Matrične igre

Matrične igre so najpreprostejše igre med dvema igralcema. Matrična igra je končna antagonistična igra med dvema igralcema, od katerih ima vsak po eno potezo in nobene informacije. Interesi igralcev so si nasprotujoči. Igralec ima končno veliko izbir. Igralca izbirata hkrati ali ločeno drug od drugega in tako ustrežeta pogoju, da igra nima nobene informacije. Če se odločita za drug primer, potrebujeta posrednika, da zapiše njuni izbiri. Predpostavljamo, da sta udeleženca igre racionalna. Recimo, da jih ima prvi m in drugi n. Po dogovoru izbere igralec P_1 eno izmed števil iz množice

$$\{1, 2 \ldots m\}$$

Igralec P_2 pa izbira iz množice

$$\{1, 2 \ldots n\}$$

Števila so lahko pozitivna, negativna ali 0. Matrična igra ima vsoto nič, to pomeni, da dobiček enega igralca izvira iz izgube drugega igralca. Dobiček oziroma izguba sta odvisna od izbir igralcev. Odvisnost bomo zapisali takole. Igralec P_1 naj izbere število i, igralec P_2 pa število j. Dvojico izbir zapišemo (i, j). Znesek, ki ga mora igralec P_2 poravnati igralcu P_1, imenujemo d_{ij}. Dobičke igralca P_1 določa predpis:

$$(i, j) \to d_{ij}$$

Podobnega predpisa za dobičke igralca P_2 ni treba posebej zapisati. Namreč, če je d'_{ij} dobiček igralca P_2, pri dvojici izbir (i, j), velja:

$$d'_{ij} = -d_{ij}$$

Ravno to dokazuje, da ima igra vsoto nič. Predpis definira toliko m x n števil, kolikor je možnih dvojic (i, j). Števila zapišemo v obliki plačilne matrike, imenujemo jo matrika dimenzije $m \times n$. Podajmo plačilno matriko:

$$D = \begin{vmatrix} d_{11} & \cdots & d_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ d_{m1} & \cdots & d_{mn} \end{vmatrix}$$

Števila v matriki so njeni elementi. Elementi, ki so zapisani vodoravno, tvorijo vrstico matrike. Elementi, ki so zapisani navpično, oblikujejo stolpec matrike. Matrika z dimenzijo $m \times n$ ima torej m vrstic in n stolpcev. V vrstici se elementi ujemajo z enakim prvim indeksom, elementi v stolpcu pa imajo enak drugi indeks. Element d_{ij} v matriki predstavlja plačilo, ki ga mora opraviti igralec P_2 igralcu P_1, če P_1 izbere i, P_2 pa j; element d_{ij} predstavlja zmago za P_1 in izgubo za P_2 (če je d_{ij} negativno število, mora P_1 opraviti plačilo P_2; če je $d_{ij} = 0$, je izid igre neodločen) (Jamnik 1973, 19–21).

Igre s sedlom in brez sedla

Teorija iger ugotavlja, kako naj ravnajo udeleženci v konfliktni situaciji, da bo izid situacije za njih najbolj ugoden. Pri matričnih igrah lahko konkretno ugotovimo, kaj naj izbere P_1, da bo zanj najugodnejše, in kaj P_2, da bo njegova izguba minimalna. Dobiček in izguba sta lahko pozitivna, negativna ali enaka nič. Recimo, da ima igra plačilno matriko:

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 2 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -1 & 0 \end{vmatrix}$$

Opazimo, da so vsi elementi druge vrstice večji od vseh elementov v prvi in tretji vrstici. Vsi elementi tretjega stolpca so od vseh enako ležečih elementov preostalih stolpcev najmanjši. Ugotovimo, da je za P_1 izbira 2 najugodnejša, saj mu zagotavlja največji dobiček ali vsaj dobiček enak nič, neodvisno od poteze, ki jo izbere P_2. Kako velik bo dobiček, pa je odvisno od ukrepa P_2. Za igralca P_2 pa je najugodneje, da vedno izbere 3, ne glede na odločitve P_1, saj mu ta izbira predstavlja najmanjšo izgubo. Kako velika bo izguba, je odvisno od ukrepa igralca P_1, nikoli pa ni večja od nič. Če oba igralca ravnata razumno in izbereta zanje najugodnejši ukrep, bo P_1 zmeraj dobil vsaj nič. To število imenujemo vrednost igre za igralca P_1. Vrednost igre označimo z v. Predpostavimo, da udeleženca ponavljata partijo $N - krat$, in v teh N partijah igralec P_1 izbere $k_i - krat$ izbiro i. To količino

$$x_i = \frac{k_i}{N}$$

imenujemo relativna frekvenca izbire i v opravljenih N partijah. Imenujmo relativno frekvenco prve izbire x_i, druge x_2 in tako naprej ter m-to izbiro x_m. Sledeča m-terica števil

$$X = (x_1, x_2, \dots, x_m)$$

je tako strategija igralca P_1 v opravljenih N partijah. Formalno opredeljena pa je strategija X matrika z eno samo vrstico in m stolpci. Zapišimo še ravnanje igralca P_2. Denimo, da se je odločil za možnost j $(j = 1, 2, \dots, n)$, iz tega sledi relativna frekvenca

$$y_i = \frac{q_j}{N}$$

njegovo ravnanje zapišemo v n-terici $\quad Y = (y_1, y_2, \dots, y_n)$

ki prikazuje strategijo igralca P_2 v opravljenih N partijah.

Se pravi, da igralec P_1 igra z relativnimi frekvencami $x_1 = 0, x_2 = 1, x_3 = 0$ in P_2 z relativnimi frekvencami $y_1 = 0$, $y_2 = 0, y_3 = 1, y_4 = 0$. Vrednost naše matrične igre je $v = 0$. To vrednost igralca dosežeta z optimalnima strategijama. Za igralca P_1 je optimalna strategija

$$X = (0, 1, 0)$$

za igralca P_2 pa

$$Y = (0, 0, 1, 0)$$

Zgoraj zapisani dvojici optimalnih strategij imenujemo rešitev matrične igre (Jamnik 1973, 19–26).

Povzemimo lastnosti strategij:
1. Strategijo, ki je za igralca P_1 ali P_2 najugodnejša, imenujemo optimalna strategija.
2. Če se igralec vedno odloči za isto izbiro, govorimo o čisti strategiji. Množica čistih strategij je v matrični igri končna. V našem zgornjem primeru igralca P_1 in P_2 konstantno izbirata isto strategijo, za katero je značilno tudi to, da so vsi elementi razen enega enaki nič.
3. Strategija, v kateri je več kot en element pozitiven, imenujemo mešana strategija. Mešanih strategij je neskončno veliko. Mešana strategija za igralca P_1 je vsaka m-terica negativnih števil z vsoto 1.
4. Popolnoma mešana strategija je strategija, v kateri so vsi elementi pozitivni.

V našem zgornjem primeru ima plačilna matrika sedlo. Element, ki je najmanjši v svoji vrstici in največ v svojem stolpcu, predstavlja sedlo matrike. Za matrično igro veljajo naslednji izreki (Omladič 2002, 157–163):
1. Če ima igra ravnotežni profil, je vsak njen ravnotežni profil tudi njeno sedlo.
2. Če ima igra sedlo, je vsako njeno sedlo tudi njen ravnotežni profil.
3. Vsaka matrična igra ima strateški ravnotežni profil.
4. Vsak njen ravnotežni profil je njeno strateško sedlo.
5. Strateško sedlo vselej obstaja.
6. Vsako njeno strateško sedlo je njen strateški ravnotežni profil.

Za matrično igro je zelo pomembno, da obstaja okoliščina, ki omogoča plačilni matriki sedlo. Velja namreč osnovni izrek teorije iger oziroma izrek o minimaksu, ki ga je leta 1928 dokazal von Neumann. Pri vsaki matrični igri je:

$$\underset{X}{max}\,\underset{Y}{min}\,E(X,Y) = \underset{Y}{min}\,\underset{X}{max}\,E(X,Y)$$

in velja natanko takrat, kadar ima igra strateško sedlo. Dvojico (X^*, Y^*) imenujemo rešitev matrične igre ali strateško sedlo, X^* in Y^* sta optimalni strategiji, če je izpolnjen pogoj:

$$E\,(X^*, Y^*) \leqq E\,(X^*, Y) \quad za\ vse\ Y$$

$$E\,(X^*, Y^*) \geqq E\,(X, Y^*) \quad za\ vse\ X$$

Maksimin strategija prvega igralca maksimira njegov minimalni dobiček. Maksimin strategija drugega igralca minimizira maksimalno izplačilo, ki ga mora poravnati prvemu igralcu. Izrek o minimaksu je prav tako zadosten pogoj, da ima igra brez sedla rešitev; obstajajo namreč tudi končne strateške igre brez ravnotežnih profilov in zagotavlja, da ta relacija velja za vse matrične igre. To dokazuje, da ima vsaka matrična igra rešitev. Rešitev matrične igre je vrednost ((Jamnik 1973, 45–48):

$$v = E(X^*, Y^*) = \max_X \min_Y E(X, Y) = \min_Y \max_X E(X, Y).$$

Par strategij (X^*, Y^*) je Nashevo ravnovesje matrične igre. Par strategij mora zadoščati pogoju, da maksimira igralčevo plačilo. V vsaki igri med dvema igralcema in vsoto nič Nashevo ravnovesje predstavlja ista plačila igralcev (Osborne in Rubinstein 1994, 21–22). Ker igralca svojo Nashevo strategijo izbirata neodvisno in tako nista prepričana o racionalnosti izbire drugega igralca, ima ravnovesje značilnost zamenljivosti. Če je par strategij (x, y) in (x', y') Nashevo ravnovesje, potem je (x, y') in (x', y) prav tako ravnovesje. Formalno, množica ravnovesnih profilov $\sum^*$ je kartezični produkt $\sum_1^* \times \sum_2^*$, pri katerem je $\sum_i^*$ množica ravnovesnih strategij igralca i. Razlog, zakaj igrati strategijo Nashevega ravnovesja, je v tem, ker je ta strategija optimalna. Maksimin in minimaks vrednost, v_1 in v_2, predstavljata sporazum vseh iger med dvema igralcema, ne samo iger z vsoto nič (Vega-Redondo 2003, 49–50).

4.3 Reševanje matričnih iger

Podajmo najprej primer 2×2 matrike (Ferguson 2008, 10–11):

$$A = \begin{vmatrix} a & b \\ d & c \end{vmatrix}$$

Pri reševanju 2×2 matričnih iger najprej preverimo:
a) ali ima igra strateško sedlo,
b) če igra nima strateškega sedla, poiščemo enake strategije

in predpostavimo, da igra nima sedla. V tem primeru je $a > b, b < c, c > d, d < a$ ali $a < b, b > c, c < d, d > a$. Določimo, da P_1 izbere 1 vrstico in uporabi mešano strategijo $(p, 1 - p)$, P_2 se drži strategije q in uporabi 1. in 2. stolpec, tedaj povprečno vrednost P_1 enačimo. S pomočjo teh napotkov uporabimo formulo za določanje optimalnih strategij in vrednosti 2×2 matrične igre:

$$ap + d(1 - p) = bp + c(1 - p)$$

Rešitev za p:

$$p = \frac{c - d}{(a - b) + (c - d)}$$

$(a - b)$ in $(c - d)$ sta lahko pozitivni ali negativni števili $(0 < p < 1)$. Povprečje P_1 z uporabo strategije q je:

$$v = ap + d(1 - p) = \frac{ac - bd}{a - b + c - d}.$$

Če P_2 izbere 1. stolpec in mešano strategijo $q\ (q, 1 - q), (0 < q < 1)$ njegovo povprečno izgubo enačimo, potem ko P_1 uporabi 1. in 2. vrstico.

$$aq + b(1 - q) = dq + c(1 - q)$$

Rešitev za q:

$$q = \frac{c - b}{a - b + c - d}.$$

Izgubo P_2 zapišemo takole:

$$aq + b(1 - q) = \frac{ac - bd}{a - b + c - d} = v.$$

Te enačbe dokazujejo, da optimalni strategiji za oba igralca obstajata in da igra ima vrednost, ki je za oba igralca enaka.

Zgled:

$$A = \begin{vmatrix} -2 & 3 \\ 3 & -4 \end{vmatrix}$$

$$p = \frac{-4 - 3}{-2 - 3 - 4 - 3} = \frac{7}{12} \quad q = \frac{-4-3}{-2-3-4-3} = \frac{7}{12} \qquad v = \frac{8-9}{-2-3-4-3} = \frac{1}{12}$$

4.3.1 Dominacija

Definicija: i-ta vrstica matrične igre $A = (i, j)$ dominira k-to vrstico, če je $a_{ij} \geq a_{kj}$ za vse j. Vsak element i-te vrstice matrične igre $A = (i, j)$ striktno dominira k-to vrstico, če je $a_{ij} > a_{kj}$ za vse j. Podobno, j-stolpec matrične igre $A = (i, j)$ dominira k-stolpec, če je $a_{ij} \leq a_{ik}$, in striktno dominira, če je $a_{ij} < a_{ik}$ za vse i (Ferguson 2008).

V primeru dominacije ene strategije nad drugo racionalni igralec ve, katero strategijo mora igrati. Imenujemo jo striktno dominantna strategija. Koncept striktno dominiranih strategij omogoča izločanje čistih strategij in je predhodna metoda grafične analize matričnih iger (Peters 2008). Proces eliminacije striktno dominiranih strategij pripelje do rešitve matrične igre. Izločitev dominantne vrstice in stolpca ne vpliva na spremembo vrednosti igre. Podajmo primer s sledečo matriko (Ferguson 2008, 11–12):

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}$$

Zadnji stolpec je dominanten nad drugim stolpcem, zato zadnjega eliminiramo. Nova poenostavljena matrika je sledeča:

$$A = \begin{vmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$$

Opazimo, da zadnja vrstica dominira nad prvo vrstico, zato prvo izločimo. Rezultat je matrična igra velikosti 2 x 2:

$$A = \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{vmatrix}$$

Ta matrika nima sedla, tako je $p = \frac{3}{4}$ in $q = \frac{1}{4}$ ter $v = \frac{7}{4}$ (glej enačbe v razdelku 4.3). Optimalna strategija prvega igralca je $(0, \frac{3}{4}, \frac{1}{4})$ in drugega igralca $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 0)$.

Če je $0 < p < 1$, $pa_{i\,1\,j} + (1-p)a_{i\,2\,j} \geq a_{kj}$ za vse i, potem je k-ta vrstica pod dominacijo mešanih strategij; predpostavimo, da prvi igralec izbere mešano strategijo $(p, 1-p)$. V bistvu vsaka mešana strategija izbrane vrstice k z možnostjo p_k je lahko izločena z vsako možnostjo, pri kateri je k med i_1 in i_2 (i_1 narašča pri pp_k, i_2 narašča pri $(1-p)\, p_k$). Enaka interpretacija velja za stolpce.

4.3.2 Grafično reševanje matričnih iger

Če matrična igra velikosti $2 \times n$ ali $m \times 2$ ni rešljiva z dominacijo, ob predpostavki, da ima vsaj eden od igralcev dve možni izbiri, lahko rešitev dobimo grafično (Ferguson 2008, 13). Najprej bomo pokazali primer $2 \times n$ matrike, torej dve vrstici in n stolpcev (Peters 2008, 24–25). Naj bo matrika 2 × 4:

$$A = \begin{vmatrix} e^1 & e^2 & e^3 & e^4 \\ 10 & 2 & 4 & 1 \\ 2 & 10 & 8 & 12 \end{vmatrix}$$

Stolpci matrike A so čiste strategije drugega igralca. Naj bo $p = (p, 1-p)$ arbitražna strategija prvega igralca. Pričakovana koristnost prvega igralca, ob predpostavki, da drugi igralec igra čisto strategijo (e), je enako:

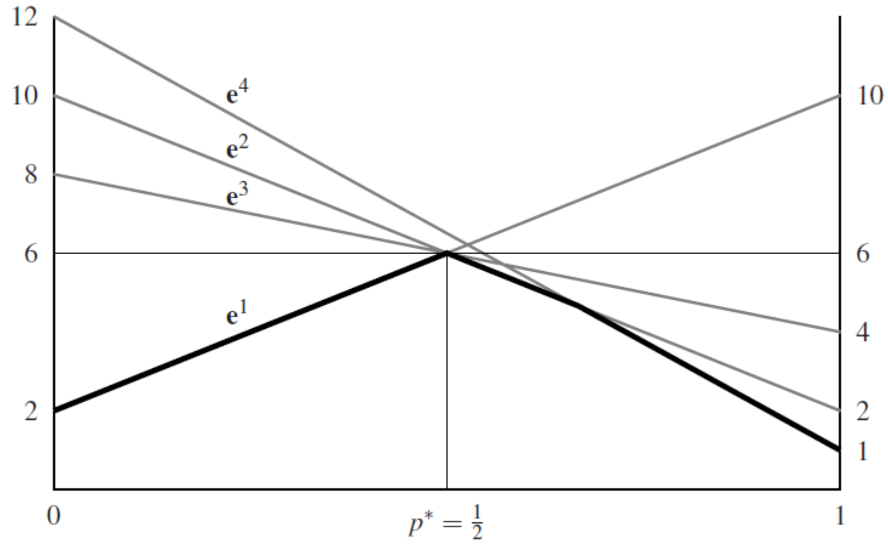
$$pAe^1 = 10p + 2(1-p) = 8p + 2$$

$$pAe^2 = 2p + 10(1-p) = 10 - 8p$$

$$pAe^3 = 4p + 8(1-p) = 8 - 4p$$

$$pAe^4 \;=\; p + 12(1 - \;p) \;=\; 12 - 11p.$$

Zgoraj zapisane linearne funkcije p so prikazane na spodnji sliki:



Slika 1: Diagram 2 x 4 matrike

Vrednosti (v) linearnih funkcij so prikazane na vertikalni osi x, štiri sivo obarvane linearne funkcije prikazujejo dobičke prvega igralca, če drugi igralec zaporedno igra eno od njegovih čistih strategij. Opomnimo, da je za vsak p, ki je med $0 \;\leq\; p \;\leq\; 1$, minimalni dobiček prvega igralca prikazan na odebeljeni črni krivulji. Za vsak p bo vsaka kombinacija (q_1, q_2, q_3, q_4) na podlagi e^1, e^2, e^3, e^4 s prvo koordinato p na tej krivulji ali nad njo. Iz te krivulje je razvidno, da ima prvi igralec optimalno (maksimin) strategijo $p \;=\; p^* \;=\; \frac{1}{2}$; $\left(p^* \;= \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$. Maksimalna vrednost igre pa je $v\;(A) \;=\; 6$.

Iz diagrama je razvidno, da mora biti $q_4 \;=\; 0$, sicer bo dobiček prvega igralca večji od 6, ob predpostavki, da on igra strategijo $(\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$, in tako q ne bo minimaks strategija. Optimalna oziroma minimaks strategija drugega igralca je torej $q \;=\; (q_1, q_2, q_3, 0)$. Dokažimo zapisano: števila $q_1, q_2, q_3 \;\geq\; 0$,

$$2q_1 + 10q_2 + 8q_3 \;=\; 6\;(left\ endpoint\ should\ be\ (0{,}6))$$

$$10q_1 + 2q_2 + 4q_3 \;=\; 6\;(right\ endpoint\ should\ be\ (1{,}6))$$

$$q_1 + q_2 + q_3 \;=\; 1\;(q\ is\ a\ probability\ vector).$$

Sistem treh enačb rešimo in dobimo

$$3q_1 - q_2 \;=\; 1$$

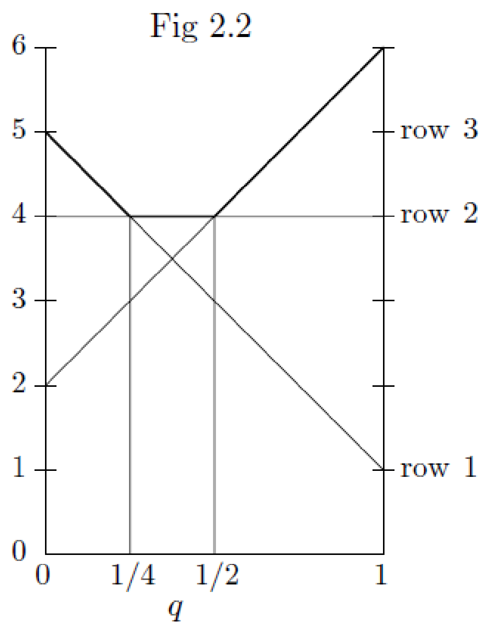
$$q_1 + q_2 + q_3 \ = \ 1.$$

Če je $q_1 = 1/3$, potem je $q_2 = 0$, ali če je $g_1 = 1/2$, je $q_2 = \ 1/\ 2$, nakazuje prva enačba. Seveda q_1 in q_2 ne moreta biti večja, saj je sum enak 1. Na podlagi tega je optimalna strategija drugega igralca

$$\{q \ = \ (q_1, q_2, q_3, q_4) \ \in \ \Delta^4 \mid \frac{1}{3} \ \leq \ q_1 \ \leq \ \frac{1}{2}, q_2 \ = \ 3q_1 - 1, q_4 \ = \ 0\}.$$

Pokažimo še primer grafičnega reševanja $m \ \times \ 2$ matrike. Matrika 4 $\times$ 2 je sledeča (Ferguson 2008, 13–14):

$$A = \begin{array}{c} \begin{matrix} q & 1-q \end{matrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 4 & 4 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} \end{array}$$



Slika 2: Diagram 4 x 2 matrike

Predpostavimo, da drugi igralec izbere prvi stolpec in je q njegova izbira. Drugi igralec bo poskušal poiskati takšen q, da bo minimiziral največjo vrednost funkcije $q \ = \ 6$. Iz grafa je razvidno, da vrednost q, ki leži med $\frac{1}{4}$ in $\frac{1}{2}$, vključuje minimum. Vrednost igre $v \ = \ 4$, optimalna strategija prvega igralca je tako 2. vrstica. Ta tehnika je primerna tudi za 2 $\times$ ∞ in $\infty \ \times \ 2 \, igre.$

4.4 Ekstenzivna oblika iger

Ekstenzivna oziroma razširjena oblika igre je ekspliciten opis problema sekvenčnega odločanja igralcev (Osborne in Rubinstein 1994). Pomembna lastnost, ki ločuje ekstenzivno obliko iger od normalne oblike igre, je možnost postopnega ali sekvenčnega odločanja. Udeleženci igre se med igro odločajo večkrat. Njihova začetna odločitev ima vpliv na nadaljnje možne izbire v kasnejših fazah igre. Igralci imajo torej na voljo več kot eno potezo, število vseh potez je končno ter neodvisno od stopnje informacije. V vsaki potezi imajo igralci na voljo končno število izbir, množice izbir igralca so lahko v različnih potezah različne. Igro predstavimo v drevesni obliki. Ekstenzivno obliko igre razlikujemo glede na stopnjo informacije, ki jo ima igralec o izbirah nasprotnika in njegovih možnostih. Delimo jih na pozicijske igre s popolno informacijo, pozicijske igre z nepopolno informacijo in pozicijska igra brez informacije.

4.4.1 Pozicijske igre s popolno informacijo

Igralec pri igri s popolno informacijo ve, kakšne izbire in možnosti ima nasprotnik. Igralec lahko svoje odločitve prilagodi dani poziciji, zato tudi imenujemo takšne igre pozicijske. Pozicija je igralcu vedno popolnoma znana, saj je v igri popolna informacija (Jamnik 1973, 147–148). To pomeni, da je igralec, preden sprejme odločitev o nadaljnji potezi, popolnoma informiran o vseh preteklih potezah nasprotnika oziroma o vseh dogodkih, ki so nastali v preteklosti (Osborne in Rubinstein 1994, 89). Strategija igralca v ekstenzivni obliki je vnaprej opredeljena izbira igralca v vsaki potezi in v vsaki možni poziciji. Po končanem poteku je izid igre realna vrednost plačilne funkcije d (Jamnik 1973, 149).

4.4.2 Pozicijske igre z nepopolno informacijo

Pomnimo, da sta udeleženca igre dva igralca, pri katerih ni nujno, da je ena sama oseba, saj je lahko igralec tudi skupina igralcev. Različni člani ekipe se lahko ločeno odločijo za različne poteze. Tako se igralcu, ki je na potezi, lahko zgodi, da mu pretekli potek igre ni vedno znan, informacija je nepopolna. Lahko se zgodi tudi to, da oba igralca ne vesta nič o prejšnjem poteku igre, tedaj govorimo o pozicijski igri brez informacije (Osborne in Rubinstein 1994, 197–200).

5 TEORIJA IGER V EKONOMIJI

V tem poglavju smo obravnavali različne ekonomske aplikacije, v katerih se znajdejo udeleženci strateških interakcij. Omejili se bomo na primer ravnanja podjetij na oligopolnem trgu.

Kot smo že omenili, je teorija iger zelo uporabno orodje za analizo izidov v določenih ekonomskih situacijah. Udeleženci s svojimi dejanji vplivajo na odločitve drugih ali pa vplivajo na okolje, tako kot večina ekonomskih situacij (Ule 2006). Teorija iger nam pomaga razumeti interakcijo odločevalcev v določenih strateških situacijah. Vstop in izstop podjetja na trg, tržno ravnovesje, vzajemno delovanje na oligopolističnih trgih, kartelno dogovarjanje o cenah, pogajanja, volilni sistem, licitacija, zavarovanje, analiza dinamike zmanjševanja cen, privatizacija so le nekateri izmed mnogih fenomenov, ki jih analizira uporaba teorije iger (Fošner 2012, 252; Samuelson in Nordhaus 2002, 176). Za ekonomista je predvsem pomembno dobro poznavanje odločitev ostalih akterjev, njegovih omejitev in preferenc. Eden izmed ciljev ekonomistov je natančno poznavanje delovanja človeških skupin, da lahko nato oblikujejo takšne institucije, v katerih bi te človeške skupine delovale čim bolje. Na primer, oblikovanje ustreznega davčnega sistema (Ule 2006).

Za nekooperativne igre velja, da se podjetja ne smejo pogajati o svojih odločitvah in sklepati zavezujočih dogovorov. Na primer, dva konkurenta sprejemata odločitev o ceni izdelkov, ter na primer oglaševanje. Za kooperativne igre pa sta značilna pogajanje o odločitvah podjetij, da bi dosegli zastavljene cilje, in sklepanje zavezujočih dogovorov. Skupna vlaganja, prodaja blaga med kupcem in prodajalcem sta med takšnimi primeri. Temeljna dilema udeležencev ekonomskih interakcij je izbira med konkuriranjem ali sodelovanjem. Sodelovanje je privlačna izbira, saj pogosto pripelje do boljšega izida za vse udeležence, kot konkuriranje. Kooperacija je v določenih primerih zakonsko prepovedana, saj lahko povzroča škodo podjetjem ali potrošnikom.

5.1 Oligopol

Med najpogostejše oblike, ki se v realnih razmerah na trgu pojavijo, spadata oligopol in monopolistična konkurenca, ki predstavljata stanje nepopolne konkurence. V diplomskem delu smo se osredotočili na pojav oligopola.

Za oligopol je značilno majhno število velikih podjetij v panogi, ki vplivajo na tržno ceno. Običajno si konkurirajo podjetja homogenih proizvodov, za katera veljajo razmeroma visoki dobički, saj je vstop v panogo otežen. Na primer letalska industrija in cenovna vojna, avtomobilska industrija, proizvodnja računalnikov itd. (Prašnikar, Domadenik in Koman 2008, 249). Ponudniki se praviloma dogovarjajo o ponujenih količinah, cenah in tržnih deležih. Podjetja sama izberejo tržno strategijo, ki je do drugih udeležencev oligopolnega trga konkurenčna ali kooperativna (Kračun 2008, 134). Po Paretu je učinkovit položaj tisti, kjer nihče ne more izboljšati svojega položaja brez poslabšanja položaja drugega. V nadaljevanju smo predstavili dva temeljna modela oligopola, za katera je značilno enkratno in sočasno odločanje oligopolistov. Takšno igro imenujemo statična igra.

5.1.1 Cournotov model oligopola

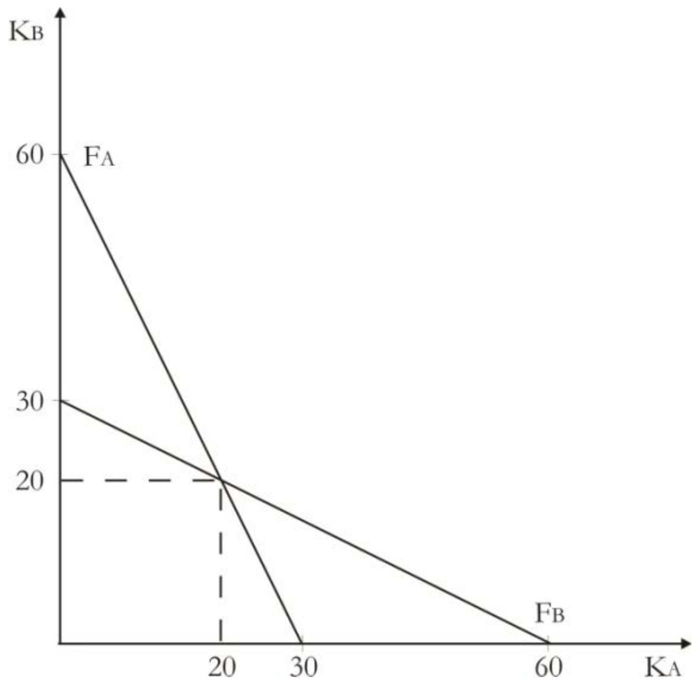
Za enega najbolj paradigmatičnih primerov, apliciranega v ekonomsko okolje, velja Cournotov model oligopola, pri katerem podjetja sprejmejo odločitve sočasno in neodvisno drugo od drugega (Vega-Redondo 2003, 72–104). Model izhaja iz predpostavke, da konkurenti ponujajo homogene proizvode in stremijo k maksimizaciji dobička z izbiro optimalne količine, na podlagi količin konkurentov. Model prikazuje, da cena ni vedno enaka mejnim stroškom, prav tako Pareto učinkovitost ni dosežena. Z zmanjšanjem števila konkurentov se veča odklon od Pareto učinkovitosti (Ferčič 2010). Ponazorimo opisan model v obliki strateške igre dveh podjetij na oligopolnem trgu (Ferčič 2010, 75–77). Udeleženca igre, podjetje A in podjetje B, težita k maksimizaciji dobička. Dobiček je odvisen od lastne ponujene količine proizvoda podjetja na trg in od količine, ki jo na trg ponudi drugi konkurent. Strategija obeh podjetij je odvisna od količine ponujenih homogenih produktov na trgu. Če je ponujena količina produkta podjetja A ves čas konstanta, pri tem pa podjetje B poveča količino produktov na trg, sproži padec dobička podjetja A. In obratno, zmanjšanje količine produktov vodi v višanje dobička konkurenta. Končen rezultat je Cournotovo-Nashevo ravnovesje, pri katerem se raven količine in cene produkta razlikuje od ravni v pogojih (popolne) konkurence.

FA (funkcija najboljšega ≫odgovora≪ podjetja A) – best response function

FB (funkcija najboljšega ≫odgovora≪ podjetja B) – best response function

KA (ponujena količina podjetja A)

KB (ponujena količina podjetja B)



Slika 3: Nashevo ravnovesje v Cournotovem modelu oligopola

Slika 3 prikazuje, da se Nashevo ravnovesje v danih pogojih vzpostavi pri količini 20 enot. Če oligopolista ponudita optimalno količino 20 enot, dosežeta maksimalni dobiček, tj. 400 €, in nimata želje po spremembi ponujene količine na zadevnem trgu. Pri tem se vzpostavi stabilno nekonkurenčno stanje, ki ni dobrodošlo za ekonomsko blaginjo in povpraševalce. Pareto učinkovitost ni vzpostavljena. Naj omenimo, da Nashevo ravnovesje obstaja pod pogojem, da gre za statičen in simetričen oligopol, pri katerem je mejni strošek obeh oligopolistov enak [MS_A = MS_B] in manjši od 100. Ob tem pogoju velja enakost mejnih dobičkov [MD_A = MD_B] in ponujenih količin [$K_A = K_B$]. Mejni dobiček mora biti enak nič [$MD = \delta D_A / \delta K_A = 100 - 2K_A - K_B - MS_A = 0$] → [$100 - 2K_A - K_A - 40 = 0$] → [$K_A = 20$]. Cena enega produkta na trgu je 60 € [$C_A = 100 - K_A - K_B = 100 - 20 - 20 = 60\,€ = C_B$], mejni strošek znaša 40 €. Dobiček [$D_A = (100 - K_A - K_B)\, x\, K_A - MS_A\, x\, K_A = 60\,€\, x\, 20 - 40\,€\, x\, 20 = 1200\,€ - 800\,€ = 400\,€$].

5.1.2 Bertrandov model oligopola

Bertrandov model oligopola predpostavlja, da podjetja za maksimizacijo svojega dobička sama neodvisno izberejo cene svojih proizvodov (ob upoštevanju cen konkurentov), in ne količine, tako kot predpostavlja Cournotov model oligopola. Ta model se osredotoča na cenovno konkurenco. Pareto učinkovitost se pod določenimi pogoji lahko doseže ne glede na število konkurentov na trgu. Če imajo oligopolisti konstantne marginalne stroške in na trgu ponujajo homogene produkte, zadevni model predvideva Pareto učinkovitost. Rezultat je Bertrandovo-Nashevo ravnovesje, iz katerega sledi, da so cene enake mejnim stroškom, kar predvideva Pareto učinkovitost. Ta zveza ne velja za diferencirane produkte oligopolistov, ki sicer zmanjšujejo zamenljivost produktov, vendar jih ne izključujejo. Čim višja stopnja diferenciacije podjetjem omogoča zaračunavanje čim višjih cen in ne vpliva na obsežno migracijo njihovih strank h konkurentom (primer: lojalnost določeni blagovni znamki). V danem primeru je migracij povpraševalcev h konkurentom (mejni povpraševalci) zaradi spremembe cene manj kot v pogojih popolne konkurence. Pri slednji bi že majhna sprememba cene povzročila znatno izgubo strank (Ferčič 2010, 77–79).

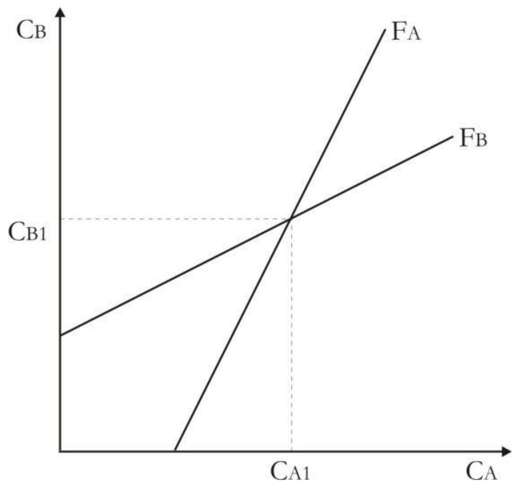
Ponazorimo Bertrandov model v obliki strateške igre. Na določenem trgu delujeta dve podjetji, oligopolista A in B. Njuni mejni stroški so enaki in konstantni. Rezultat igre je Nashevo ravnovesje, ki se vzpostavi v točki, kjer se sekata funkciji optimalnih ravnanj. Podjetji izbereta tisto ceno, ki maksimira njun dobiček ob upoštevanju cene drugega podjetja. Cena, ki privede do maksimizacije dobička, je odvisna od čim večjega povpraševanja po produktu posameznega podjetja. Višanje cene ponujenega produkta oligopolista B povzroči višjo maksimizacijsko ceno oligopolista A. Čim višja ravnovesna cena je odvisna od čim višje stopnje diferenciacije produktov. Znižanje oziroma višanje cene diferenciranega produkta enega oligopolista ne privede do občutno povečanega oziroma zmanjšanega povpraševanja po tem produktu.

FA - (funkcija najboljšega ≫odgovora≪ podjetja A) – best response function

FB - (funkcija najboljšega ≫odgovora≪ podjetja B) – best response function

CA - (ponujena cena podjetja A)

CB - (ponujena cena podjetja B)



Slika 4: Nashevo ravnotežje v Bertrandovem modelu oligopola z diferenciranimi produkti

S slike 4 je razvidno, da se Nashevo ravnovesje vzpostavi pri ceni 80 €, ob enakih mejnih stroških obeh oligopolistov ($MS_A = MS_B = 20$ €). Funkcija najboljše možne izbire (best response function):

$$[C_A = 60 + 0{,}25\,x\,C_B] \rightarrow [C_A = 60 + 0{,}25\,x\,C_A] \rightarrow [4C_A = 240 + C_A] \rightarrow [3C_A = 240] \rightarrow [C_A = C_B = 80\text{ €})].$$

Funkcija povpraševanja (P) posameznega oligopolista:

Oligopolist A: $[P_A\,(C_A, C_B) = 100 - C_A + 0{,}5\,x\,C_B] \rightarrow [100 - 80 + 0{,}5\,x\,80 = 60]$

Oligopolist B: $[P_B\,(C_B, C_A) = 100 - C_B + 0{,}5\,x\,C_A] \rightarrow [100 - 80 + 0{,}5\,x\,80 = 60]$

Funkcija dobička (D) posameznega oligopolista:

Oligopolist A: $[D_A\,(C_A, C_B) = (C_A - MS_A)\,x\,P_A\,(C_A, C_B) = (C_A - 20)\,x\,100 - C_A + 0{,}5\,x\,C_B]$;

Oligopolist B: $[D_B\,(C_A, C_B) = (C_B - MS_B)\,x\,P_B\,(C_A, C_B) = (C_B - 20)\,x\,100 - C_B + 0{,}5\,x\,C_A]$.

5.1.3 Igra oglaševanja

Za prevlado v določeni panogi oligopolnega trga, podjetja uporabljajo različne strategije. Zraven že omenjenega konkurenčnega boja z obsegom proizvodnje in cenovno vojno, so konkurenčna orodja še oglaševanje, diverzifikacija in diferenciacija proizvodov, raziskave in razvoj, ter združitve in prevzemi (Prašnikar, Domadenik in Koman 2008, 258). Osredotočili smo se na strategijo oglaševanja. Podali smo igro oglaševanja, ki je pomembno orodje za povečanje prodaje v oligopolnih razmerah.

Preglednica 2: Igra oglaševanja

		Podjetje 2	
		Oglašuje	Ne oglašuje
Podjetje 1	Oglašuje	3, 3	6, 2
	Ne oglašuje	2, 6	5, 5

Pri igri oglaševanja se podjetja srečujejo s podobnimi težavami kot zapornika v zapornikovi dilemi. Podjetje A in B se odločata ali naj svoj izdelek oglašujeta ali ne. Če bi oglaševalo le prvo podjetje bi bil njegov dobiček 6 milijonov evrov. Dobiček konkurenta bi v tem primeru znašal 2 milijona evrov. Če se za oglaševanje odloči drugo podjetje, njegov dobiček znaša 6 milijonov evrov, dobiček drugega podjetja pa znaša 2 milijona evrov. V primeru, da se obe podjetji odločita, da ne bosta oglaševali, je njun dobiček 5 milijonov evrov. Kadar pa se podjetji odločita, da bosta oglaševali, je njun dobiček 3 milijone evrov. V tem primeru je striktno dominantna strategija ne oglaševanje $(5,5)$, zato jo je smiselno eliminirati. Strategija oglaševanja $(3,3)$ predstavlja ravnotežje igre. Prav tako lahko strategija oglaševanja predstavlja koordinirano ravnanje, katero je pravno prepovedano, zato se predvideva upoštevati predpostavko o racionalnosti vseh igralcev. V ponavljajoči igri, lahko strategija oglaševanja predstavlja racionalno izbiro igralcev.

5.2 Ugotovitve

Z analizo zgoraj opisanih modelov oligopola lahko pojasnimo, kako lahko pride do nekonkuriranja ali tihe koordinacije glede ponujenih cen oz. količin produktov oligopolistov, ki se razlikujejo od okolja popolne konkurence. Obravnavana primera pa ne pojasnita okoliščine, kako se pride do optimalnih cen oz. količin, ki privedeta do maksimalnega dobička. Ta pojav je razviden iz Cournotovega modela oligopola, pri katerem podjetje na trgu ponudi 20 enot produkta in doseže 400 € dobička ter tako doseže Nashevo ravnovesje. Za to trditev je pomembno, da ravnovesje ne zagotavlja maksimalnega dobička za oligopolista. Za drugega oligopolista je lahko dana optimalna količina tudi neoptimalna z vidika Nashevega ravnovesja; predpostavimo količino 30 enot. Nova optimalna količina oligopolista A bi znašala 15 enot $[MD_A = \delta D_A / \delta K_A = 100 - 2K_A - K_B - MS_A = 0]$ $\rightarrow$ $[100 - 2K_A - 30 - 40 = 0]$ $\rightarrow$ $[K_A = 15]$. Dobiček bi ob tej spremembi znašal 450 € za posameznega oligopolista $[D_A = (100 - K_A - K_B)\, x\, K_A - MS_A\, x\, K_A = 70\,€\, x\, 15 - 40\,€\, x\, 15 = 1050\,€ - 600\,€ = 450\,€ = D_B]$. V tem primeru bi 15 enot produkta posameznega oligopolista bila posledica tihe koordinacije, ampak model ne pojasnjuje, kako je do tega prišlo. Omejuje ga enkratna in dokončna odločitev oligopolista.

Problem lahko odpravimo s spremembo statične v dinamično igro z možnostjo večkratne oz. zaporedne odločitve. Ob tem ima vsak oligopolist podatke o preteklih dogodkih igre (preteklih količinah in cenah). Oligopolist ima sicer na voljo nedoločeno število odločitev, vendar je zanj še vedno najugodnejša izbira v vsaki fazi ravnotežna količina 20 enot, ob pričakovanju, da bo konkurent ponudil isto. Nashevo ravnovesje $[20, 20]$ se tudi pri igrah z nedoločenim številom potez ponavlja.

Za oligopolista je tržno racionalno ravnanje medsebojna nekonkurenčnost in koordinirano ravnanje. Če oligopolist ne izbere optimalne količine 15 enot, je za konkurenta kupno optimalna izbira ponuditi ravnovesno količino 20 enot. Brez izrecnega medsebojnega dogovora oligopolistov si je ob nespremenjenih okoliščinah težko predstavljati, da bi določen udeleženec še dodatno znižal količino pod količino 20 enot (ali jo ohranil). S to potezo bi konkurentu avtomatično omogočil večji dobiček. Opisano dejanje indicira obstoj izrecnega dogovora med oligopolistoma. Varstvo konkurence določa, da morata oligopolista v takšni situaciji dokazati neobstoj izrecnega prepovedanega dogovarjanja, in da sta svoje odločitve sprejela v izolaciji (Ferčič 2010, 72–74). Zgoraj obravnavana primera lahko povežemo s primerom zapornikove dileme, opisane v četrtem poglavju. V obeh primerih se pojavi podobna dilema kooperacije (sodelovanja) ali konkuriranja (dogovor ni mogoč) (Prašnikar, Domadenik in Koman 2008).

Prav tako je možno, da podjetja v določenih primerih sprejmejo takšne poslovne odločitve, ki prinašajo enak ali zelo podoben tržni položaj kot položaj, ki bi bil dosežen na monopolnem trgu. Vendar odločitve sprejmejo v izolaciji, brez prepovedanega izrecnega dogovarjanja. Takšna situacija predstavlja enega temeljnih problemov oligopola (Ferčič 2008).

6 SKLEP

V diplomski nalogi smo natančno preučili teorijo iger, pri tem smo pojasnili osnovne pojme, povezane s teorijo, opisali njen nastanek in razvoj, pojasnili, kaj so to strateške in matrične igre ter ekstenzivne igre. Pojasnili smo koncept Nashevega ravnovesja, pri katerem vsak udeleženec neodvisno od blaginje družbe ali drugega igralca izbere tisto strategijo, ki je zanj najugodnejša, pri tem pa ne pride do predhodnega dogovora ali kooperacije. Hkrati smo v predzadnjem poglavju podali in razložili konkreten in obširen primer iz ekonomskega okolja. Izbran primer se navezuje na pojav oligopolnega trga in natančno prikazuje delovanje in potencialno ravnanje podjetij na tem.

Upoštevati moramo, da sta obravnavana ekonomska primera oligopolnega trga s pomočjo teorije iger sicer teoretična modela in temeljita na določenih predpostavkah ter ne upoštevata vseh realnih okoliščin, ki bi se morebiti pojavile v praksi, zato jih je treba obravnavati z realnim dometom. Vendar sta predstavljena modela dobrodošel pripomoček za analiziranje in ugotavljanje morebitnih prepovedanih ravnanj in dogovorov, tvorb kartelov in navideznih prepovedanih ravnanj.

Prav tako smo analizirali igro oglaševanja. Igra oglaševanja je pomembno orodje, saj podjetjem omogoča promocijo lastne blagovne znamke. S pomočjo oglaševanja skušajo podjetja kupce prepričati, da je njihov produkt kakovosten, konkurenčen in predstavlja manjšo možnost substitucije z drugimi produkti. Igra oglaševanja in prav tako zapornikova dilema sta dobra primera dveh udeležencev igre v strateški situaciji, ki prikazuje, zakaj je težko uresničiti sodelovanje, kljub temu, da bi obema prinesla korist.

S pomočjo teorije iger lahko analiziramo in podrobneje razložimo stališča in možnosti vsakega od oligopolistov glede na njegov položaj. Obravnavana situacija oligopolnega trga je v določenih pogledih ekonomski in pravni problem. Cenovna konkurenca škoduje podjetju, tako cenovna vojna podjetjem s homogenimi proizvodi ne prinaša ekonomskega dobička. Hkrati pa oligopol spodbuja podjetja k prepovedanemu dogovarjanju. Pravzaprav pa lahko do na videz usklajenega dogovarjanja podjetij pride, ne da bi se dejansko o tem dogovorili. Tako se lahko pojavi že omenjena tiha zarota, dogovor oziroma tiha koordinacija. Ugotavljanje in ukrepanje pri takšnih situacijah je pravno težko dokazovati. Seveda pa ta določba podjetjem ne onemogoča racionalnega prilagajanja tržnim razmeram in ravnanja glede na pričakovana ali že znana ravnanja konkurentov.

LITERATURA

Aumann, R. J. 1976. Agreeing to disagree. *Ananls of Statistics 4:* 1236–9.

Aumann, R. J. in M. Maschler. 1985. *Game Theoretic Analysis of a Bankruptcy Problem from the Talmud.* Http://www.cs.cmu.edu/~arielpro/15896s15/docs/paper8.pdf (28. 2. 2015).

Economic Sciences. 1994. *The work of John Nash in Game Theory.* Http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/1994/nash-lecture.pdf (15. 3. 2015).

Ferčič, A. 2010. *Ekonomska presoja enakih in usklajenih ravnanj na oligopolnih trgih*. Http://www.lexonomica.com/journal/images/volume%202/No1/fercic_-_economic_appraisal_of_concerted_pracitces_and_oligopol.pdf (4. 3. 2015).

Ferguson, T. S. 2008. *Zero sum game theory.* Http://www.math.ucla.edu/~tom/Game_Theory/mat.pdf (28. 2. 2015).

Fisher, R. A. 1934. *Randomisation, and an Old Enigma of Card Play.* Mathematical Gazette 18: 294–297.

Fošner, A. 2012. *Economics and Mathematical Theory of Games.* Http://www.fm-kp.si/zalozba/ISSN/1581-6311/10_245-256.pdf (25. 2. 2015).

Grošelj, P. 2001. *Obravnavanje medsebojnega vpliva biološke raznovrstnosti in ekonomske aktivnosti s pomočjo teorije iger.* Http://www.google.si/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CB8QFjAA&url=http%3A%2F%2Fwww.drustvo-informatika.si%2Ffileadmin%2Fdsi2001%2Fsekcija_operacijske_raziskave%2Fgroselj.doc&ei=KxCNVbHYE4euswHIpoDwAg&usg=AFQjCNH2kwjMGbizVG_lvEOhb3rcq3-lfQ&bvm=bv.96782255,d.bGg (18. 3. 2015).

Jamnik, R. 1973. *Teorija iger*. Ljubljana: Društvo matematikov, fizikov in astronomov SRS.

Kovač, B. 2012. *Nobelovci - Letošnje skrito sporočilo švedske Kraljeve akademije je nekoliko zapleteno.* Http://www.mladina.si/116905/nobelovci/ (26. 1. 2015).

Kračun, D. 2008. *Uvod v ekonomijo z mikroekonomiko.* Ljubljana: GV Založba.

Lewontin, R. C. 1961. Evolution and the Theory of Games. *Journal of Theoretical Biology 1*: 382–403.

Myerson, R. B. 1996. *Nash Equilibrium and the history of economic theory*. Http://home.uchicago.edu/rmyerson/research/jelnash.pdf (26. 1. 2015).

von Neumann, J. 1928. *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele.* Mathematische Annalen 100, 295–320. (Prevod "On the Theory of Games of Strategy", pp. 13–42 in Contributions to the Theory of Games, Volume IV (Annals of Mathematics Studies, 40) (A. W. Tucker and R. D. Luce, eds.), Princeton University Press, Princeton, 1959).

Omladič, V. 2002. *Matematika in odločanje*. Ljubljana: DMFA založništvo.

Osborne, M. J. 2002. *An introduction to game theory.* Https://www.economics.utoronto.ca/osborne/igt/nash.pdf (28. 2. 2015).

Osborne, M. J. in A. Rubinstein. 1994. *A Course in Game Theory.* Http://zhangjun.weebly.com/uploads/2/8/1/8/2818435/martin.pdf (28. 2. 2015).

Peters, H. 2008. *Game theory – A multi level approach.* Https://lythuyettrochoi.wikispaces.com/file/view/Game+Theory+-+A+Multi-

Leveled+Approach+-+Peters,+H.+Game+Theory+%28Springer,+2008%29.pdf (28. 2. 2015).

Prašnikar J., P. Domadenik in M. Koman. 2008. *Mikroekonomija.* Ljubljana: GV Založba.

Roth, A. E. 2002. *The Economist as Engineer: Game Theory, Experimentation, and Computation as Tools for Design Economics*. Http://www2.econ.iastate.edu/tesfatsi/EconomistAsEngineer.Econometrica.Roth.pdf (26. 1. 2015).

Samuelson, P. A. in W. D. Nordhaus. 2002. *Ekonomija.* Zagreb: MATE.

von Stengel, B. in T. L. Turocy. 2001. *Game Theory.* Http://www.cdam.lse.ac.uk/Reports/Files/cdam-2001-09.pdf (4. 3. 2015).

Ule, Aljaž. 2006. *Eksperimentalna ekonomija in teorija iger.* Https://www.youtube.com/watch?v=2kVvdAZ5As0 (30. 3. 2015).

Vega-Redondo, F. 2003. *Economics and the Theory of Games.* Cambridge: Cambridge University Press.

Walker, P. 2012. *A Chronology of Game Theory*. Http://www.econ.canterbury.ac.nz/personal_pages/paul_walker/gt/hist.htm#y00 (18. 3. 2015).