UNIVERZA NA PRIMORSKEM
FAKULTETA ZA MANAGEMENT

ZAKLJUČNA PROJEKTNA NALOGA

ALEN ŠEHIĆ

KOPER, 2012

2012
ZAKLJUČNA PROJEKTNA NALOGA
ALEN ŠEHIĆ

UNIVERZA NA PRIMORSKEM
FAKULTETA ZA MANAGEMENT

Zaključna projektna naloga

OPTIMIZACIJA DISTRIBUCIJE POŠTNIH POŠILJK

Alen Šehić

Koper, 2012

Mentor: izr. prof. dr. Rok Strašek

POVZETEK

V zaključni nalogi obravnavamo primer optimizacije distribucije poštnih pošiljk na določenem območju. Obravnavan primer je poznan kot »problem kitajskega poštarja«. Za proučeno območje smo s pomočjo modela izdelali optimalno rešitev razvoza in ga primerjali z dejanskim izvajanjem. Zaključna projektna naloga je sestavljena iz devetih poglavij. Po prvem poglavju so v naslednjih treh poglavjih predstavljeni pojmi in značilnosti teorije grafov, v nadaljevanju pa Eulerjevi in Hamiltonovi grafi ter iskanje najkrajše poti. V sedmem poglavju je predstavljeno obravnavano podjetje Pošta Slovenije, d. o. o., v osmem model iskanja optimalne poti in sklep zaključne naloge. Namen dela je predstaviti model, na katerem bo prikazana optimizacija distribucije poštnih pošiljk v izbranem kraju na izbranem naboru ulic.

Ključne besede: problem kitajskega poštarja, Eulerjevi in Hamiltonovi grafi, optimalna pot, teorija grafov.

SUMMARY

The final task is considered as optimizing the distribution of postal items in a specific place (city). This case is known as an example Chinese postman problem. For area the that we examined, using a model, we developed an optimal solution chariot and compared with the actual implementation cart. The final project report consists of nine parts or chapters. After the first introductory chapter, the following three chapters present the concepts and features of graph theory, and then the Eulerian and Hamiltonian graphs, and finding the shortest and longest routes. In the seventh chapter is presented discussed company the Post of Slovenia Ltd. and finally, a model of searching optimal path and decision of the written work. The purpose is to present a model in which optimization of the distribution will appear in the mail for the selected site and selected a set of streets.

Key words: Chinese postman problem, Euler and Hamilton graphs, the optimal path, graph theory.

UDK: 66.011(043.2)

VSEBINA

PREGLEDNICE

SLIKE

KRAJŠAVE

Deg	stopnja točke grafa
E(G)	seznam povezav grafa
G	graf
NKBM	Nova kreditna banka Maribor
PS	Pošta Slovenije
Ur. l. RS	Uradni list Republike Slovenije
V(G)	množica točk grafa

1 UVOD

1.1 Opredelitev problema in teoretičnih izhodišč

V diplomskem delu se bomo lotili reševanja problema optimalne organiziranosti distribucije pošte. Na izbranem primeru bomo izvedli analizo organiziranosti obstoječega sistema ter predlagali potencialno boljšo rešitev. Pri tem si bomo pomagali z različnimi orodji in metodami s področja teorije grafov.

V današnjem času so vsa mesta ne glede na velikost (velika, srednja ali majhna) zelo razvejana, kar pomeni, da imajo zahtevno in prepleteno infrastrukturo (stavbe, ceste itd.). V skladu s tem je distribucija poštnih pošiljk največkrat prepuščena specializiranim podjetjem, ki se ukvarjajo z distribucijo. V Sloveniji običajno poteka razvoz in pošiljanje pošiljk preko poštnih podjetjih. Poštno podjetje mora v določenem mestu zagotoviti, da se bodo njihove storitve izvajale neprekinjeno, učinkovito in kar se da hitro. V primeru razvoza mora podjetje zagotoviti določeno število zaposlenih in ustrezna prevozna sredstva, ki jih uporabljajo zaposleni za opravljanje svojega dela. Zaposleni s prevoznimi sredstvi zagotavljajo distribucijo določenega števila pošiljk na v naprej znane naslove. Pri razvozu je potrebno zagotoviti, da bo vsak odjemalec ali prejemnik pošte dobil svojo pošiljko v najkrajšem možnem času, kar je mogoče zagotoviti z optimalnim številom delavcev in optimalno organiziranim načinom dela. Zato poštna podjetja mesto, v katerem zagotavljajo distribucijo pošte, razdelijo na več predelov, tako imenovanih rajonov. Zaposlene razdelijo po rajonih, kjer vsak razdeli svojo zalogo.

Zaradi kompleksnosti optimizacije celega območja, ki presega okvirje zaključne naloge, smo se omejili zgolj na en rajon. V obravnavanem primeru bo predstavljeno iskanje optimalne organiziranosti distribucije, tj. najkrajše poti znotraj izbranega rajona v Portorožu. Problem optimalne organiziranosti distribucije se prevede na problem iskanja najkrajše poti, ker se v konkretnem primeru obhoda raznašalca določene ulice in ceste prepletajo, je pa potrebno prevoziti vse in dostaviti pošto na vse naslove enega rajona. Določitev najkrajše razvozne poti pomeni za podjetje nižje stroške prevoza in samega dela, kar je v današnjem času še kako pomembno. Nižji stroški so eden od ključnih dejavnikov za uspešno poslovanje podjetja. Prihranek je seveda tudi pri času, saj prav zaradi porabe časa v večini primerov podjetja ne uspejo opraviti dela v želenem roku.

Ob načrtovanju optimalne organiziranosti distribucije je dandanes poleg navedenih potrebno upoštevati tudi številne druge dejavnike, od varstva okolja do zelene logistike. Številna poštna podjetja namreč uporabljajo različna motorna prevozna sredstva (motorna kolesa, tovorna vozila in avtomobile), ki v zrak spuščajo različne emisije, zato je treba te dejavnike spoštovati in biti prijaznejši do okolja.

Za uspešno izvedbo takšnega optimizacijskega projekta je potrebno razumevanje problematike in poznavanje ustreznih matematičnih modelov in metod. Iskanja najkrajše poti se bomo lotili z uporabo teorije grafov, določenih znanih metod in algoritmov, kot so algoritem za iskanje najkrajše poti in Fleuryjev algoritem. Ob tem bo potrebna dobra organizacija dela. Poleg zelo kompleksne infrastrukture mesta bo namreč treba upoštevati še številne prometne predpise, in sicer omejitve hitrosti, obvezne smeri, enosmerne ulice itd.

V sklopu diplomskega dela bo obravnavano podjetje Pošta Slovenije d. o. o. (v nadaljevanju PS), na katerem bo predstavljen primer iskanja najkrajše poti. Po pogovoru z odgovornim pri podjetju PS smo prišli do zaključka, da je zaradi kompleksnosti mesta smiselno izbrati določen sklop ulic, ki niso zelo prepletene in predstavljajo relativno enostaven graf, na katerem bo mogoče predstaviti optimizacijski problem iskanja najkrajše poti. S podatki, ki jih bo posredovalo podjetje, bomo sestavili graf, kjer bodo točke predstavljale križišča, povezave pa ulice med njimi.

1.2 Namen in cilji diplomskega dela

Glavni namen diplomskega dela je predstavitev iskanja optimalne organiziranosti distribucije in določitev optimalne rešitve s pomočjo iskanja najkrajše poti. Za določanje rešitev tako kompleksnih problemov so v splošnem potrebni zelo zmogljivi računalniki, ki na podlagi posebnih matematičnih metod in algoritmov iščejo optimalno pot. Na osnovi podatkov, ki jih bomo prejeli od proučevanega podjetja in po opravljenih opazovanjih in meritvah, bomo analizirali prevoženo pot z vidika prevožene razdalje, potrebnega časa in povprečne hitrosti vožnje. Na osnovi grafa in s pomočjo ustreznih algoritmov bomo ocenili, v kolikšni meri je razvoz, ki ga v proučevanem rajonu izvede raznašalec, optimalen. V kolikor se bo izkazalo, da razvoz ni optimalen, bo menedžment podjetja lahko premislil, ali je potencialno rešitev smiselno implementirati v delovne procese oz. organizirati distribucijo na nov način. Reševanja predstavljenega problema smo se lotili tudi zato, ker prenašanje teoretičnih znanj neposredno v realno življenje za nas predstavlja še poseben izziv.

Cilji, ki bodo predstavljeni in realizirani v diplomski nalogi, so naslednji:

- predstavitev podjetja, na katerem bo obravnavan primer iskanja najkrajše poti za razvoz pošte;
- predstavitev načina izvajanja razvoza pošte in pristop podjetja do različnih morebitnih dejavnikov, ki bi ovirali izvajanje storitev;
- v sklopu teorije predstaviti metode in algoritme, s katerimi se bo predstavljeni problem reševal;
- predstavitev in analiza podatkov, ki so pridobljeni pri vsakodnevnem razvozu pošte in podatkov, ki bodo pridobljeni v sklopu opazovanj oz. meritev;
- predstavitev modela za optimizacijo obhoda in določanje optimalnega obhoda za razvoz pošte (v tem primeru najkrajša pot);

– uspešno poiskati najkrajšo pot na izdelanem grafu.

V zaključnem delu diplomske naloge bodo predstavljene ključne ugotovitve praktičnega primera iskanja najkrajše poti za določen nabor ulic.

1.3 Predvidene metode za doseganje ciljev

Za uresničevanje namena in ciljev diplomskega dela bomo uporabili podatke podjetja Pošta Slovenije, d. o. o., in podatke, ki jih bomo pridobili v sklopu opazovanj, meritev in lastnih izračunov. Ustrezen optimizacijski model bo zasnovan na podlagi izsledkov, pridobljenih iz obsežne strokovne literature. Tako bodo v teoretičnem delu diplomskega dela predstavljeni pojmi in metode teorije grafov, ki bodo uporabljene v empiričnem delu diplomskega dela za oblikovanje optimizacijskega modela. V empiričnem delu bodo tako uporabljene metode, ki vključujejo uporabo generacij podatkovnih struktur in utežnih grafov. Sam razvoj modela bo vključeval implementacijo in kombinacijo znanih algoritmov za optimizacijo obhoda in iskanja najkrajše poti. Pri primeru iskanja najkrajše poti pri razvozu pošte gre v bistvu za različico »problema kitajskega poštarja«, kjer rešitev iščemo s pomočjo algoritmov, v katerih kombiniramo ideje Fleuryjevega algoritma in algoritma za iskanje najkrajše poti.

1.4 Predpostavke in omejitve diplomskega dela

Kot je bilo navedeno že v uvodu, bo zaradi kompleksnosti problema, t. j. infrastrukture mesta, model poenostavljen v smislu redukcije proučevanega sistema na zgolj en rajon oz. izbrano mrežo ulic. Model grafa bo tako sestavljen iz omejenega števila ulic, in sicer iz v naprej izbranega nabora ulic, ki ne bo vključeval enosmernih ulic in obveznih smeri. Primer bo omejen na enega zaposlenega in eno prevozno sredstvo. Problem bi bil teže rešljiv, če bi bile vse ulice kraja enosmerne (ker se po isti ulici ne bi mogli vrniti nazaj) ter če bi se osredotočili na več zaposlenih.

2 OSNOVNI POJMI

V poglavju bomo predstavili vse osnovne pojme teorije grafov in tiste njihove značilnosti, ki jih bomo uporabili pri iskanju najkrajše optimalne poti. Teorija grafov je znana kot veja matematike, ki se ukvarja z reševanjem nalog (problemov), pri katerih imamo opravka z objekti in zvezami med njimi. V nadaljevanju bodo predstavljeni osnovni pojmi teorije grafov.

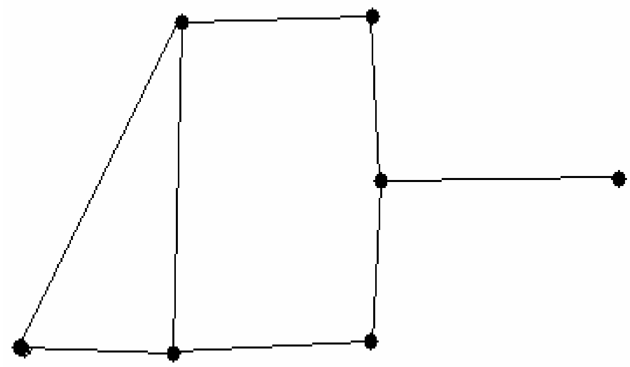
2.1 Graf

Graf lahko predstavimo tudi z različnimi primeri iz prakse, in sicer so to namenski zemljevidi, kemijske molekule, tlorisi v gradbeništvu in električna vezja, zato lahko povemo, da je graf diagram, ki ga sestavljajo točke, imenovane tudi vozlišča. Točke so povezane s črtami, ki jih poimenujemo povezave grafa (Wilson in Watkins 1997, 17).

Graf G sestavlja neprazna množica elementov, ki jih poimenujemo točke grafa, in seznam (neurejenih) parov teh elementov, ki jih imenujemo povezave grafa. Množico točk grafa označimo z V(G), seznam povezav pa z E(G). Če sta *v* in *w* točki grafa G, potem za povezavi *vw* ali *wv* rečemo, da povezujeta točki *v* in *w* (Wilson in Watkins 1997, 19).

Oznake, s katerimi ponazarjamo grafe in njegove elemente, so naslednje:

- G je oznaka za graf;
- točke grafa lahko označujemo z malimi in velikimi tiskanimi črkami, npr. A, B, C, D, e, f, g, h, ...;
- V(G) je množica vseh točk grafa G;
- E(G) je množica povezav grafa G, npr. E(G) = {Ad, Ce, Bf}.

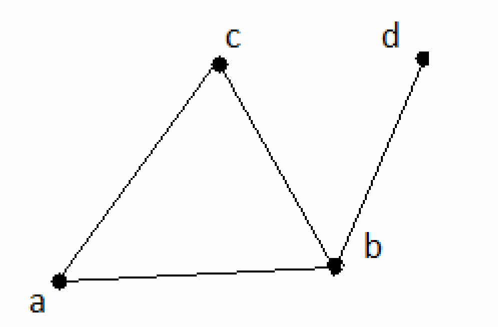


Slika 1: Graf G

2.2 Zanka, večkratne povezave, stopnja točke in zaporedje stopenj

Povezavi, ki povezuje točko samo s sabo, rečemo zanka. Stopnja točke je izraz za število povezav, ki imajo skupno točko. Reprezentativen primer predstavlja zemljevid mesta z enim križiščem in tremi cestami. Če priredimo križišču vlogo točke, je stopnja tega križišča tri. Ni nujno, da vsak graf vsebuje zanko, zato naj bo graf G brez zank, *v* pa točka grafa G. Stopnja točke *v* je število povezav, ki vsebujejo *v.* Stopnje točke označimo z *deg v* (Wilson in Watkins 1997, 21). V primeru, da imajo vse točke grafa G enako stopnjo točk, pravimo, da je graf G regularen.

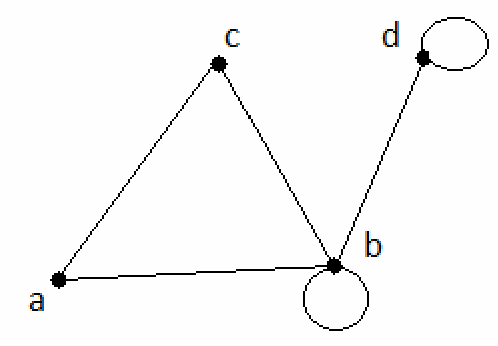
Primer: stopnje točk grafa G1 na spodnji sliki so naslednje: deg a = 2, deg b = 3, deg c = 2, deg d = 1.



Slika 2: Graf G1 brez zank

Čeprav je bila stopnja točke definirana samo za grafe brez zank, jo lahko preprosto razširimo na grafe z zankami. To storimo tako, da se dogovorimo, da naj vsaka zanka prispeva dva k stopnji točke.

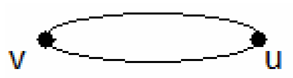
Primer: stopnje točke grafa G2 na spodnji sliki so naslednje: deg a = 2, deg b = 5, deg c = 2, deg d = 3.



Slika 3: Graf G2 z zankami

Pogosto je prikladno zapisati stopnje grafa; pri tem jih običajno zapišemo v nepadajočem vrstnem redu (to je v naraščajočem vrstnem redu, vendar dovolimo ponovitve, kjer je potrebno). Dobljeni seznam imenujemo zaporedje stopenj (točk) grafa (Wilson in Watkins 1997, 22). V našem primeru bi za grafa G1 in G2 to zaporedje stopenj zapisali na naslednji način: G1 je (1,2,2,3) in G2 je (2,2,3,5).

V primeru, da sta točki *v* i *u* grafa G povezani z več povezavami, pravimo tem povezavam večkratne povezave, kar prikazuje slika 4.

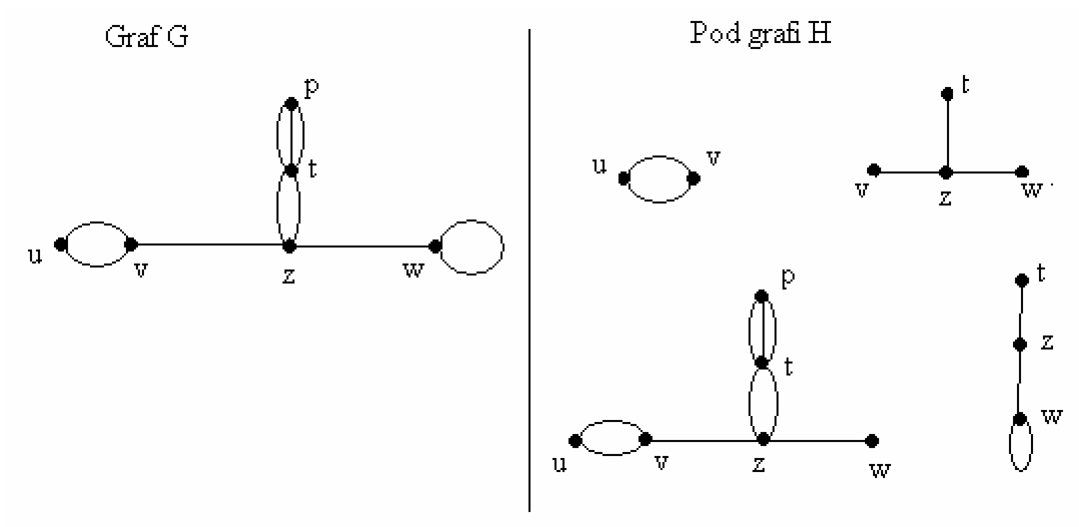


Slika 4: Primer večkratnih povezav

2.3 Podgraf

V matematiki in tehniki se pogosto preučujejo zapleteni objekti. Eden od možnih pristopov k proučevanju takšnih zapletenih objektov je, da preučujemo manjše objekte istega tipa. Za takšne manj zapletene objekte uporabljamo ime 'pod' (podmnožice množic, podsistemi sistemov, podgrupe grup). V teoriji grafov definiramo to kot podgraf.

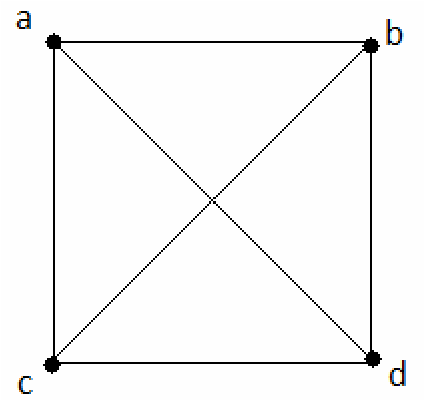
Definicija podgrafa pravi naslednje: naj bo graf G z množico točk V(G) in seznamom povezav E(G) in G' in graf z množico točk V'(G') in seznamom povezav E'(G'). Če je V'(G') podmnožica množice V(G) in če je vsaka povezava iz seznama E'(G') tudi v seznamu E(G), potem je G' podgraf grafa G (Wilson in Watkins 1997, 20).



Slika 5: Primer podgrafa

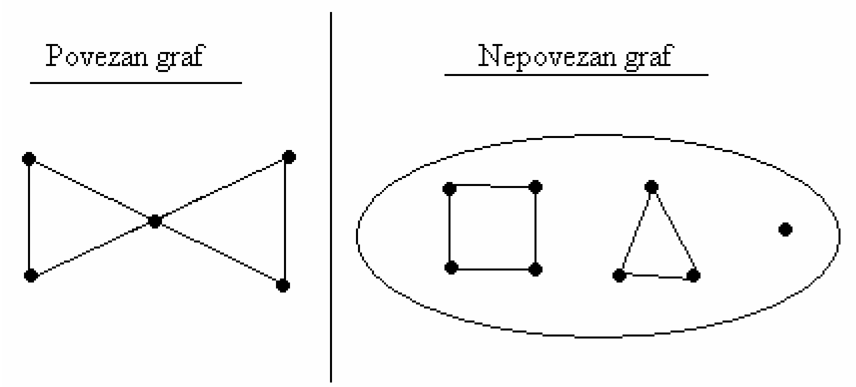
2.4 Enostaven, povezan in nepovezan graf

Grafe delimo na enostavne, povezane in nepovezane. Vsak od naštetih ima svoje lastnosti, zaradi katerih je dobil tudi ustrezno ime. Za enostaven graf je značilno, da ne vsebuje zank in večkratnih povezav.



Slika 6: Primer enostavnega grafa

Če je graf sestavljen iz enega dela, mu pravimo povezan graf. Za povezane grafe je značilno, da lahko iz določene točke pridemo do vseh ostalih, če pa je graf sestavljen iz več delov, tega ne moremo in takemu grafu pravimo nepovezan graf.



Slika 7: Primer povezanega in nepovezanega grafa

Graf je povezan, če poljubnemu paru točk ustreza vsaj ena pot, ki ju povezuje (Hvalica in Rupnik 1987, 5).

2.5 Tipi problemov

Poznamo različne vrste problemov, ki se med seboj razlikujejo po načinu iskanja rešitve (ali je problem rešljiv, kako rešiti problem, optimizacija). Pri iskanju rešitev si pomagamo z določenimi orodji teorije grafov in modeliranja, odvisno od tipa problema. Tipe problemov delimo v tri glavne skupine, vsak problem ima svoj način, kako pridemo do rešitve, če rešitev obstaja:

- eksistenčni problemi: ali obstaja rešitev problema ali ne (možna odgovora DA in NE);
- konstrukcijski problemi: če rešitev obstaja, jo je potrebno skonstruirati;
- optimizacijski problemi: med vsemi možnimi rešitvami izberemo optimalno (minimum ali maksimum).

2.6 Lema o rokovanju

Če želimo teorijo grafov dobro razumeti, je potrebno razumeti tudi lemo o rokovanju in njen namen, da je lahko uporabimo pri rešitvi problema. Poimenovanje lema o rokovanju izvira iz dejstva, da lahko z grafom predstavimo skupino ljudi, ki se rokujejo ob neki priložnosti, denimo na zabavi. V takem grafu so ljudje predstavljeni s točkami, povezavo med človekoma pa dodamo, če sta se na zabavi rokovala. V tej interpretaciji je število povezav enako številu vseh rokovanj, stopnja točke je število rokovanj osebe, ki jo predstavlja točka, vsota stopenj pa je število rok, ki so sodelovale v rokovanju. Lema o rokovanju torej pravi, da je število vseh rok, ki so se rokovale, dvakrat večje od števila rokovanj – preprosto zato, ker v vsakem rokovanju sodelujeta natanko dve roki (Wilson in Watkins 1997, 23).

Torej je za lemo o rokovanju značilno, da je vsota vseh stopenj točk enaka dvakratnemu številu povezav. Vsaka povezava ima dva konca, zato prispeva k vsoti stopenj grafa natanko dva, enako velja za zanke, saj tudi vsaka zanka prispeva k stopnji pripadajoče točke natanko dve.

Lema o rokovanju ima nekaj pomembnih posledic:

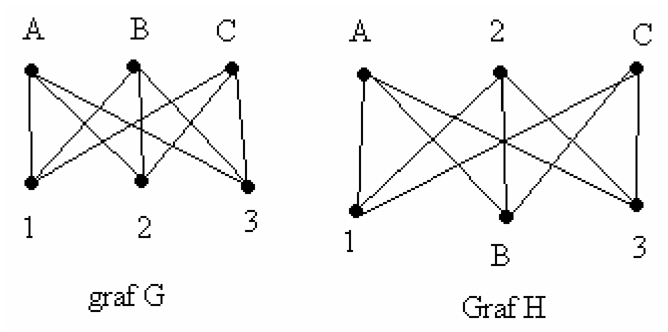
- v vsakem grafu je vsota vseh stopenj točk grafa sodo število;
- v vsakem grafu je število točk lihe stopnje sodo;
- če ima graf G *n* točk in je regularen stopnje *r*, ima G natanko ½ *nr* povezav (povz. po Wilson in Watkins 1997, 23).

Lema o rokovanju se je prvič pojavila v članku Leonharda Eulerja (1707–1783) z naslovom *Solutio problematis ad gemetriam situs pertinentis* (Rešitev problema, povezanega z geometrijo položaja). To je zelo pomemben članek, ki je bil objavljen leta 1736 in se ga šteje kot prvi članek s področja teorije grafov.

Lema o rokovanju je podana z naslednjo enačbo: $\sum \deg(v) = 2\cdot|E(G)|$, to enačbo uporabimo, kadar želimo dobiti vsoto stopenj vseh povezav, tako da preštejemo vse povezave in pomnožimo z dva.

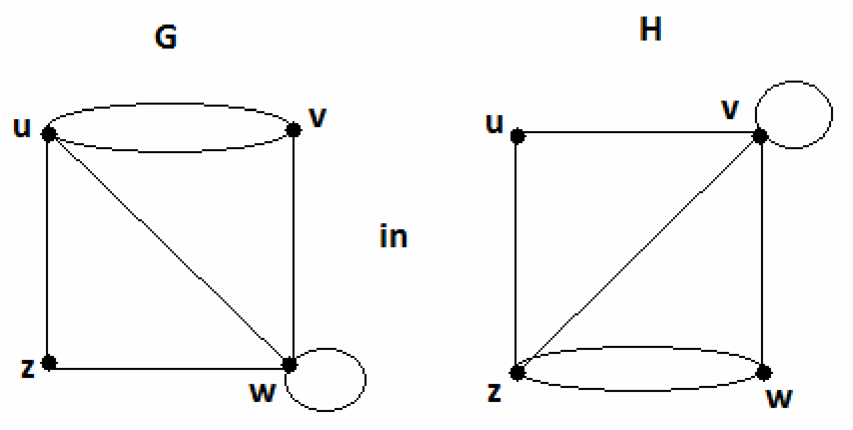
2.7 Izomorfni grafi

Pri obravnavanju oziroma proučevanju grafov lahko naletimo na primer, ko sta dva diagrama na videz različna, pa predstavljata enak graf, lahko pa sta si tudi precej podobna, a sta hkrati različna. Na sliki 8 sta predstavljena dva diagrama, ki sta navidez enaka, pa vendar predstavljata dva različna grafa. V prvem grafu sta namreč točki A in 2 povezani, v drugem nista. Podobnosti takšnega tipa pravimo, da sta diagrama izomorfna. Če namreč v prvemu grafu zamenjamo točki B in 2, dobimo enak graf.



Slika 8: Primer izomorfnih grafov

Na sliki 9 vidimo primer dveh diagramov, ki nista enaka, sta pa izomorfna, saj lahko spremenimo oznake grafa G, da dobimo graf H, in sicer zamenjamo *u* in *z* ter *v* in w.



Slika 9: Primer izomorfnih grafov

V zgornjem primeru naredimo preslikavo med točkama grafa G in H, tako da povezave grafa G ustrezajo povezavam grafa H. Preslikavo naredimo tako, da preslikamo povezave iz G v H po vrstnem redu, kot ga predstavlja spodnja preglednica

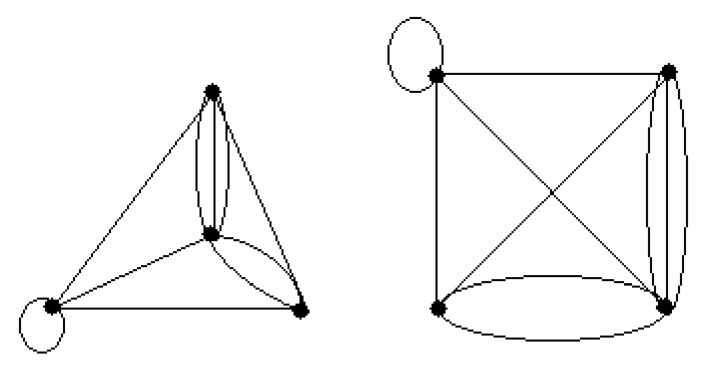
Preglednica 1: Seznam preslikav grafa G in H

G	H
u	z
v	w
w	v
z	u

Iz grafov na sliki 9 vidimo, da povezavi med točkama *uv* v grafu G ustrezata povezavama točk *zw* v grafu H, povezava med točkama *uw* v grafu G ustreza povezavi točk *zv* v grafu H, zanka točke *w* v grafu G ustreza zanki pri točke *v* v grafu H itd.

Potemtakem lahko izomorfne grafe definiramo na naslednji način: grafa G in H sta izomorfna, če lahko graf H dobimo iz grafa G tako, da spremenimo oznake točk – torej, če obstaja povratno enolična preslikava med točkami G in točkami H, tako da je število povezav, ki povezujejo kateri koli par točk v G, enako številu povezav, ki povezujejo pripadajoči par točk v H (Wilson in Watkins 1997, 25).

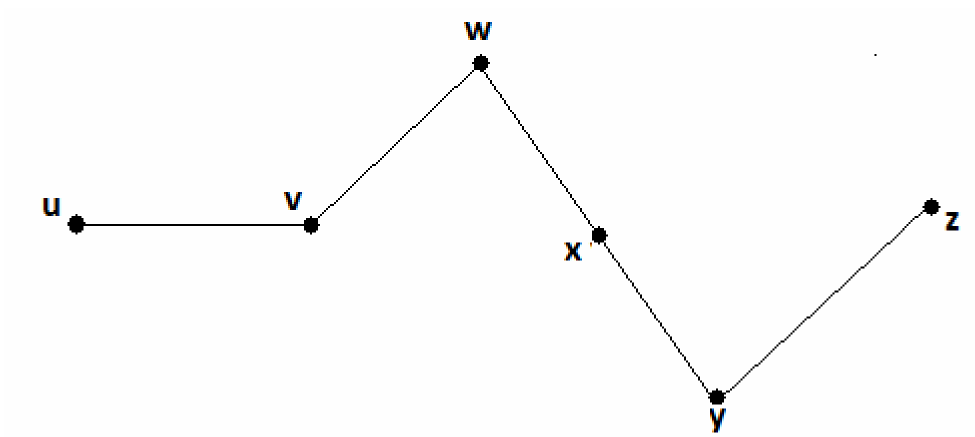
Če preverjamo, ali sta grafa izomorfna, lahko oznake točk ignoriramo, saj lahko točkam spremenimo oznake. V primeru, da točke niso pomembne, ko obravnavamo določen problem, jih opustimo in graf poimenujemo neoznačeni graf.



Slika 10: Primer neoznačenih izomorfnih grafov

2.8 Sprehodi in obhodi

Sprehod po grafu lahko definiramo na dva načina: kot sprehod dolžine *k* v grafu G ali pa kot zaporedje *k* povezav grafa G. Oblike *uv, vw, wx, xy, yz*. Tak sprehod označimo z *uvwx…yz* in ga poimenujemo sprehod med točkama *u* in *z* (Wilson in Watkins 1997, 44).

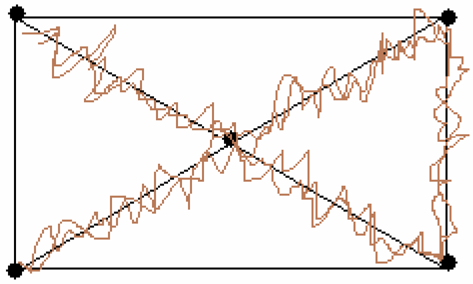


Slika 11: Primer sprehoda po grafu od točke u do z

Pri analizi sprehoda po grafu (slika 11) ugotovimo, da je vsaka končna točka predhodne povezave hkrati začetna točka naslednje povezave.

Sprehod lahko opišemo kot zaporedje vozlišč ali zaporedje povezav. Tako lahko na grafu brez vzporednih povezav v opisu sprehoda izpustimo povezave, saj je povezava natanko določena s svojima krajiščema (Žerovnik 2003, 14).

Če so vse povezave sprehoda različne, potem sprehod poimenujemo enostavni sprehod ali sled. Če so v enostavnem sprehodu vse točke različne, potem sprehod poimenujemo pot (Wilson in Watkins 1997, 45).



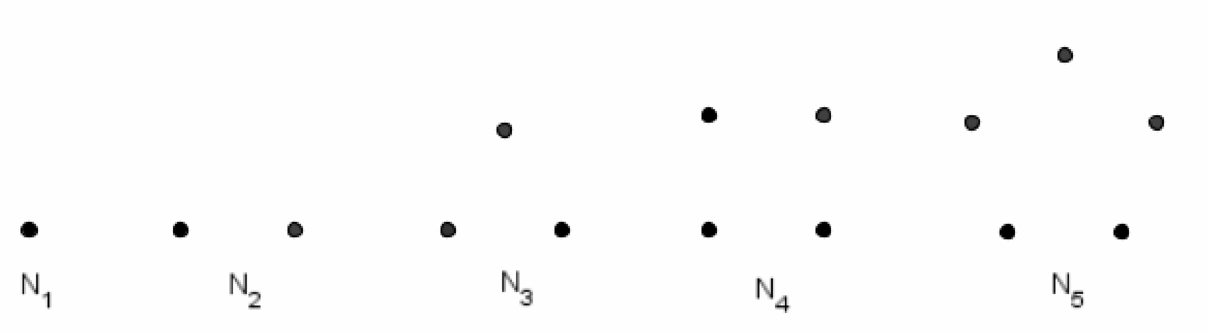
Slika 12: Primer enostavnega sprehoda

Sklenjeni sprehod ali obhod v grafu G je zaporedje povezav grafa g oblike: *uv, vw, wx,…, yz, zu.* Če so vse povezave obhoda različne, ga poimenujemo enostavni obhod ali tudi sklenjena sled. Če so v obhodu vse povezave in vse točke različne, potem ga poimenujemo cikel (Wilson in Watkins 1997, 46).

3 TIPI GRAFOV

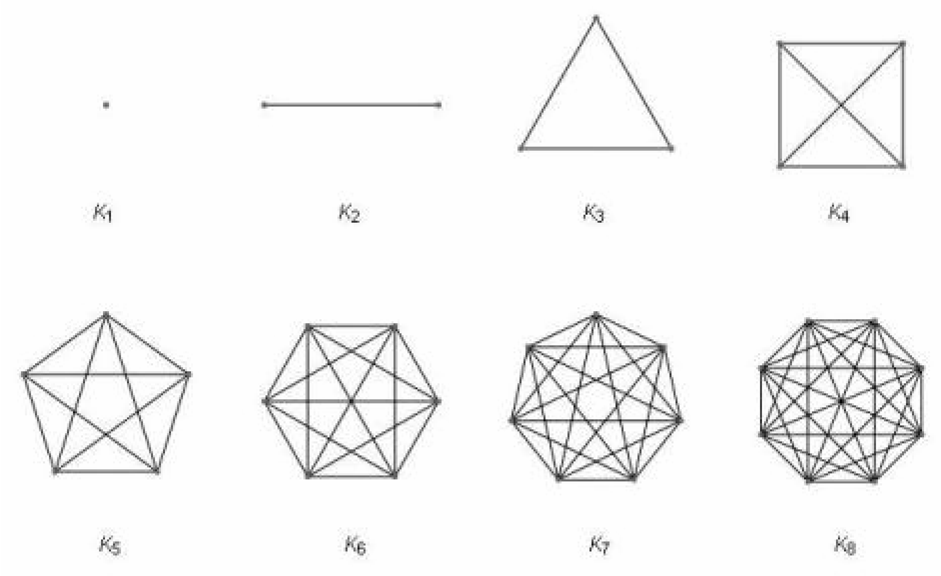
3.1 Prazni, polni, cikli, poti, drevo in dvodelni grafi

Prazen graf v teoriji grafov pomeni, da graf med sabo ne povezuje nobenih točk. Prazen graf označimo s črko N_n.



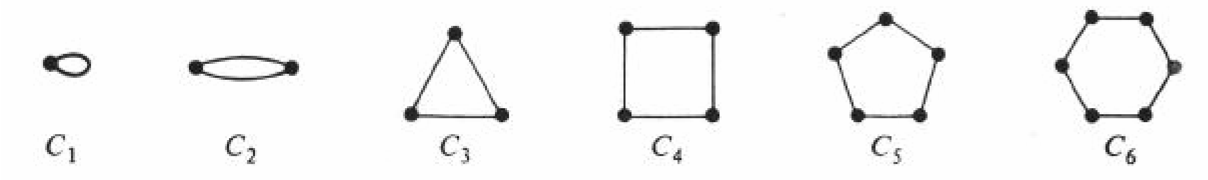
Slika 13: Prazni grafi

Polni graf pomeni, da vsaka povezava povezuje par njegovih točk (vozlišč) oziroma je vsaka točka povezana z vsako, označimo ga s $K_{n.}$



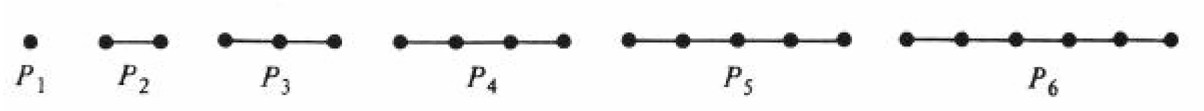
Slika 14: Primeri polnih graf

Cikle označimo s C_n in je graf cikel na n vozliščih.



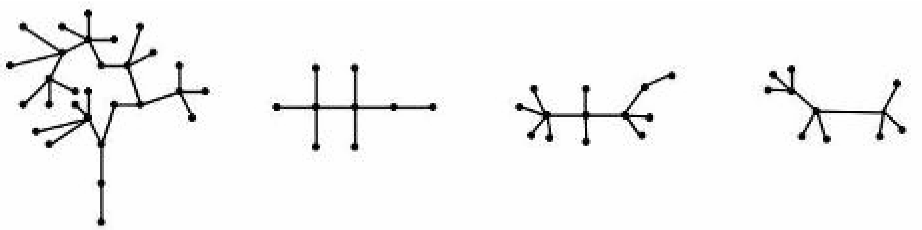
Slika 15: Primeri ciklov

Poti označimo s P_n in je graf pot na n točkah, dobimo ga iz C_n z odstranitvijo katere koli povezave.



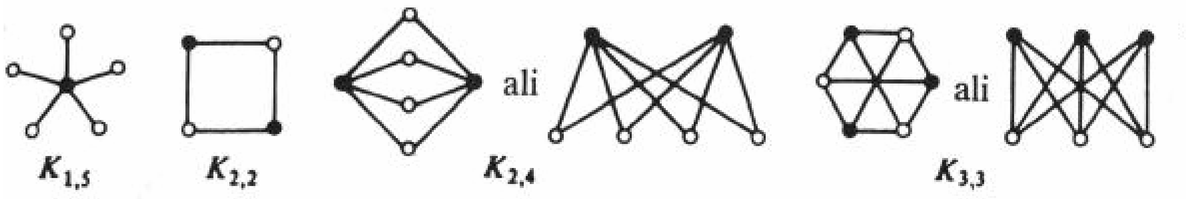
Slika 16: Primeri poti

Drevo ali drevesa imenujemo grafe ciklov.



Slika 17: Primeri dreves

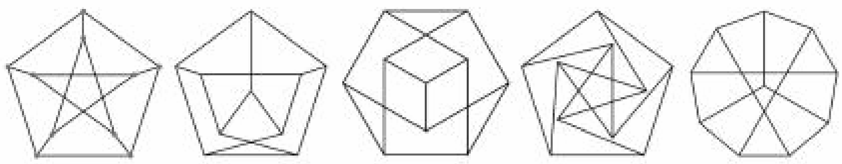
Graf je dvodelen, če lahko G(V) razbijemo na podmnožici *X* in *Y*, tako da ima vsaka povezava grafa G eno krajišče v *X* in drugo v *Y*.



Slika 18: Primeri dvodelnih grafov

3.2 Petersenov graf

Ime je dobil po danskemu matematiku Julius Petersenu (1839–1910), ki ga je vpeljal leta 1892 in objavil leta 1898.



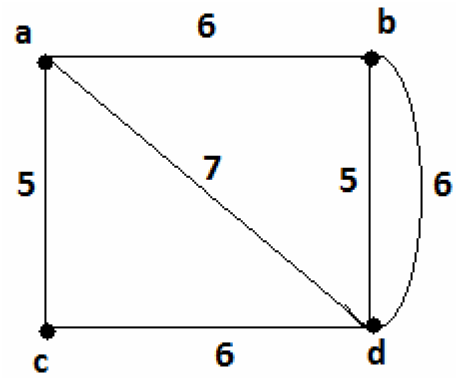
Slika 19: Primeri oblik, v kateri se pojavlja Petersenov graf

Petersenov graf ima veliko značilnosti, ena izmed teh je, da ima neglede na njegovo obliko vsaka točka stopnjo enako tri.

3.3 Utežni graf

Utežni graf ali omrežje je graf, v katerem je vsaki povezavi prirejeno pozitivno število, ki ga poimenujemo utež (Wilson in Watkins 1997, 158). Utežne grafe uporabljajo na različnih področjih, kot so zemljevidi z razdaljami med kraji, kemija, kjer predstavljajo določene spojine, biologija …

Glede na to, da bo v zaključni projektni nalogi predstavljen primer distribucije poštnih pošiljk, je razdalja določenih ulic predstavljena kot utež, ki bo izražena v določenih enotah, bodisi metrih ali kilometrih.

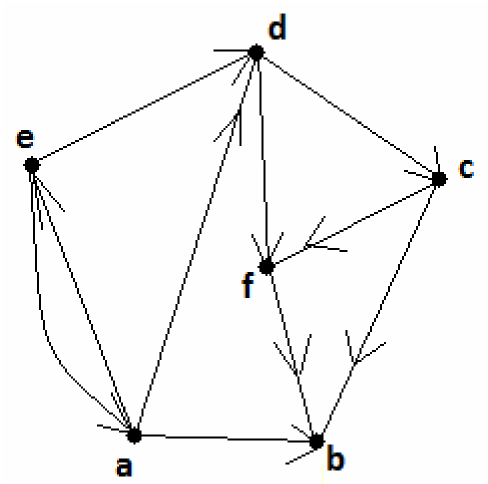


Slika 20: Primer utežnega grafa

3.4 Usmerjeni grafi ali digrafi

3.4.1 Definicija digrafa

Usmerjen graf ali digraf je graf, v katerem je vsaka povezava usmerjena, kar pomeni, da povezava *uv* ni enaka povezavi *vu.* Digraf ali usmerjeni graf D sestavljata množica elementov, poimenovanih točke, in seznam urejenih parov teh elementov, ki jih poimenujemo (usmerjene) povezave. Množico točk označimo z V(D), seznam usmerjenih povezav pa z A(D). Če sta *u* in *v* točki digrafa D, potem rečemo, da je povezava *uv* usmerjena od *u* k *v* ali: povezava *uv* gre iz *u* v *v* (Wilson in Watkins 1997, 99).



Slika 21: Primer digrafa

Če natančneje pogledamo sliko 21 in se držimo definicije digrafa, ugotovimo, da lahko pridemo iz točke *a* v *b*, iz *b* v *a* pa ne moremo, iz točke *b* ne moremo nikamor, ker so vse tri povezave usmerjene v točko b.

3.4.2 Stopnje točk digrafa

Pri stopnjah točk usmerjenih grafov ali digrafov ločimo med povezavami, ki kažejo v in iz točke (indeg (V) ali vhodna stopnja točke in outdeg (V) ali izhodna stopnja točke).

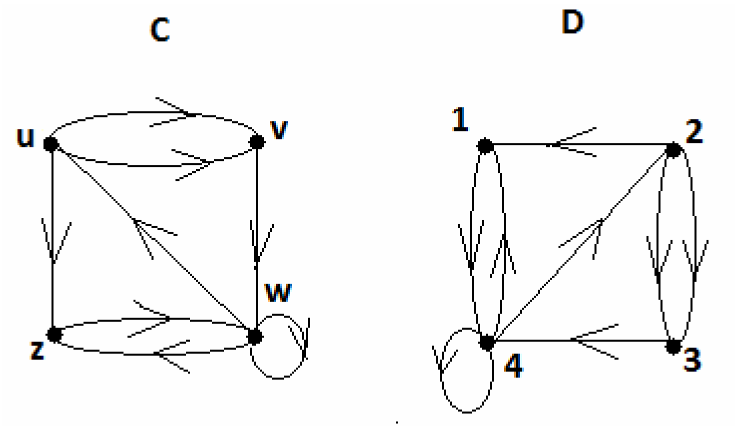
Preglednica 2: Stopnje točk digrafa s slike 21

Točke	Indeg (V)	Outdeg (V)
a	1	3
b	3	0
c	1	2
d	2	2
e	1	2
f	2	1

Zaporedje vhodnih stopenj za zgornji primer je (1, 1, 1, 2, 2, 3), zaporedje izhodnih stopenj pa (0, 1, 2, 2, 2, 3).

3.4.3 Izomorfni digrafi

Digrafa C in D sta izomorfna, če lahko D dobimo iz C s preimenovanjem točk – to pomeni, če lahko najdemo povratno enolično preslikavo med točkami C in D, tako da je število usmerjenih povezav, ki povezujejo kateri koli par točk iz C, enako številu usmerjenih povezav, ki povezujejo (v isti smeri) ustrezen par točk iz D (Wilson in Watkins 1997, 100).



Slika 22: Primer izomorfnih digrafov

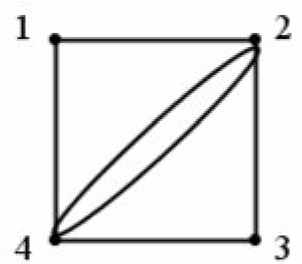
4 PREDSTAVITEV GRAFOV

Kadar imamo velike grafe, si pri reševanju problemov pomagamo z računalniki, ker je lahko primer velikega grafa karta določenega mesta in lahko takšen graf vsebuje pet, deset, sto in več tisoč točk. Graf vnesemo s pomočjo matrike sosednosti in incidenčne matrike, kjer gledamo incidenco med točko in povezavo, kar pomeni, da je določena točka krajišče povezave.

4.1 Matrika sosednosti

Naj bo G graf brez zank z n točkami, označenimi z 1, 2, 3, … n. Matrika sosednosti M(G) je matrika razsežnosti n x n, v kateri element v j stolpcu i vrstice pove število povezav, ki povezujejo točki i in j (Wilson in Watkins 1997, 43).

Pri matriki sosednosti nam že samo ime pove, da opazujemo sosednje točke in le-te podatke vpisujemo v matriko. V nadaljevanju bomo na konkretnem primeru pokazali, kako grafu priredimo pripadajočo matriko sosednosti. Števila v matriki pomenijo številko povezav, ki povezujejo ustrezni točki grafa.



$$\begin{array}{r c} & \begin{array}{cccc} \text{stolpec 1} & \text{stolpec 2} & \text{stolpec 3} & \text{stolpec 4} \end{array} \\ \begin{array}{r} \text{vrstica 1} \\ \text{vrstica 2} \\ \text{vrstica 3} \\ \text{vrstica 4} \end{array} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

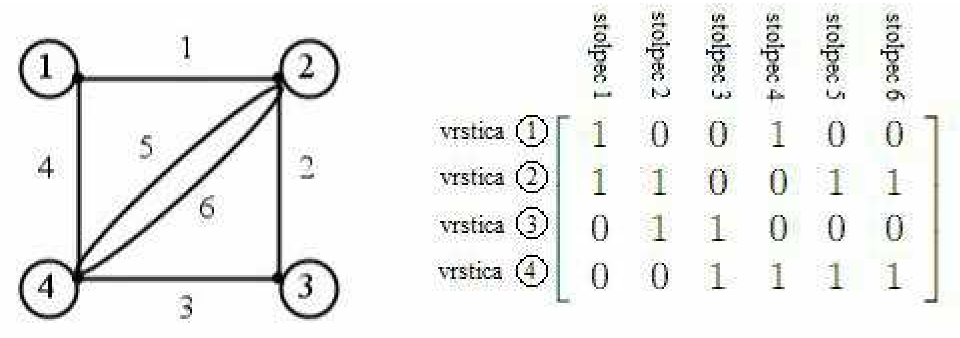
Slika 23: Matrika sosednosti

Iz zgornje matrike, kjer vrstice in stolpci predstavljajo točke, lahko na primer razberemo, da je točka 1 povezana s točko 2 in 4, in sicer z eno povezavo, ker je v matriki številka ena. Točka 2 pa je povezana s točkama 1, 3 in z dvema povezavama s točko 4, zato je v matriki zapisano število dva.

4.2 Incidenčna matrika

Naj bo G graf brez zank z *n* točkami, označenimi z 1, 2, 3, … n, in z *m* povezanimi, označenimi z 1, 2, 3, … m. Incidenčna matrika I(G) je matrika razsežnosti n x m, katere element v i vrstici in j stolpcu je enak 1, če točka i leži na povezavi j in 0, če točka i ne leži na povezavi j(Wilson in Watkins 1997, 44).

V to matriko zapisujemo podatke o incidenci točk in povezav, na primer če je točka *v* incidenčna s povezavo *e,* je *v* krajišče povezave *e*. V nadaljevanju bomo na konkretnem primeru pokazali, kako grafu priredimo pripadajočo incidenčno matriko.



Slika 24: Incidenčna matrika

Pri reševanju matrike vpisujemo na križišče i vrstice in j stolpca število ena, če je točka i krajišče povezave j, če pa ni, vpišemo število nič. Incidenčna matrika ima lastnost, da vsota i vrstice pomeni stopnjo točke i ter da vsak stolpec vsebuje natanko dve enki, saj ima vsaka povezava dve krajišči.

5 EULERJEVI GRAFI, EULERJEVI OBHODI IN TIPI PROBLEMOV

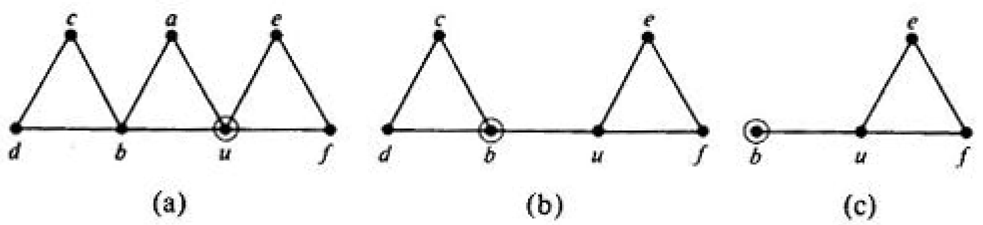
Znana problema Eulerjevega tipa sta »kitajski problem poštarja« in problem Konigsbergovih mostov, ki ju bomo v nadaljevanju tudi podrobneje predstavili. Problem kitajskega poštarja predstavljamo, ker bomo z njegovo pomočjo rešili primer optimizacije distribucije poštnih pošiljk, kar je osrednji predmet proučevanja zaključne projektne naloge.

5.1 Algoritem za iskanje Eulerjevega obhoda (Fleuryev algoritem)

Graf je Eulerjev, če obstaja obhod, ki gre skozi vsako povezavo grafa natanko enkrat. Graf je Eulerjev le v primeru, če ima vsaka točka sodo stopnjo. Ko preverimo, ali je graf in ugotovimo, da je Eulerjev, lahko po določenih korakih izvedemo Eulerjev obhod. Korake, ki jih izvedemo, imenujemo Fleuryjev algoritem:

- Korak 1: izberemo začetno točko.
- Korak 2: prečkamo poljubno povezavo, le most izberemo samo, kadar ni na voljo nobene druge povezave.
- Korak 3: prehojeno povezavo odstranimo. Prav tako odstranimo vse točke, ki so postale izolirane.
- Korak 4: končamo, ko ni nobene povezave več.

Na vsakem koraku uporabimo most samo kot zadnjo možnost izhoda – ta nasvet je očitno bistven. Ko enkrat uporabimo most, se ne moremo več vrniti v komponento, ki smo jo pravkar zapustili (Wilson in Watkins 1997, 151).



Slika 25: Fleuryev algoritem

Vir: Wilson in Watkins 1997, 151.

Začenši v *u* lahko izberemo povezavo *ua*, potem pa *ab*. Ko odstranimo ti dve povezavi (in izoliramo točko *a*), dobimo graf (b). Povezave *bu* ne moremo uporabiti, ker je most, zato izberimo povezavo *bc*, potem pa še *cd* in *db*. Odstranimo uporabljene povezave (in točki *c* in *d*), da dobimo graf (c). Zdaj nimamo izbire – moramo po mostu *bu*. Prehodimo še cikel *ufeu* in zaključimo. Eulerjev obhod je torej *uabcdbuefu* (Wilson in Watkins 1997, 151).

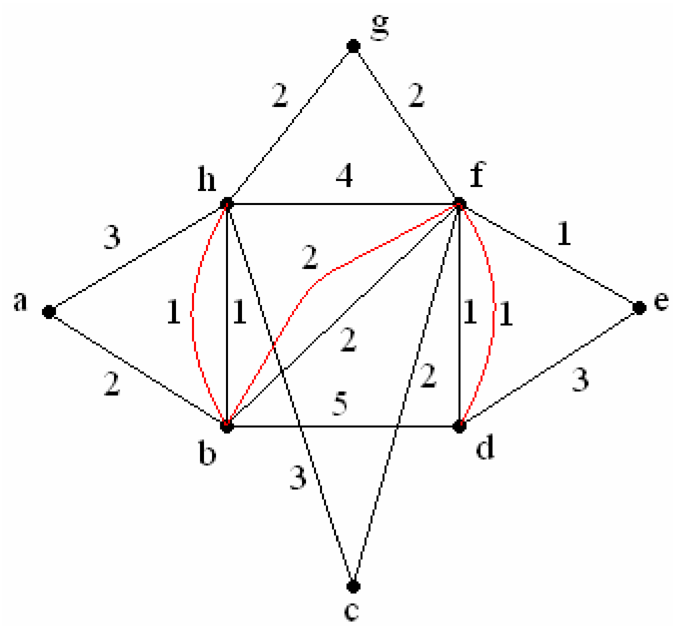
5.2 Kitajski problem poštarja

Kitajski problem poštarja je pomemben problem, ki se je pojavil v različnih izpeljankah. Formuliral in razvil ga je Meigu Guan leta 1962. Glavni problem je , kako naj poštni uslužbenec, ki mora razdeliti pošto vzdolž določenih ulic, opravi to nalogo tako, da prehodi in porabi čim manj časa (Thimbleby 2003, 17). Glede na to, da se primer v zaključni projektni nalogi nanaša na razvoz pošte, se bomo poslužili kitajskega problema poštarja za reševanje našega primera. Če bo v našem primeru graf Eulerjev, bomo opravili običajen Eulerjev obhod.

Ko je potrebno poiskati najkrajši obhod v grafu in vsako povezavo obiti vsaj enkrat, gre za kitajski problem poštarja. V prevedenem grafu točke predstavljajo križišča, ulice pa povezave v mestu.

Kitajski problem poštarja rešimo na naslednji način:

- preverimo, ali je graf Eulerjev, če ima samo dve točki lihe stopnje, je pol Eulerjev in ni Eulerjev;
- če ni Eulerjev, je treba med ustreznimi pari točk lihe stopnje dodati povezave skupaj z utežmi na najkrajših poteh. Na primer iščemo najkrajšo pot med točkama *d* in *h* (primer na sliki 26);
- na dobljenem Eulerjevem grafu poiščemo Eulerjev obhod;
- dobljeni obhod je rešitev, ki jo seštejemo.



Slika 26: Primer problema kitajskega poštarja

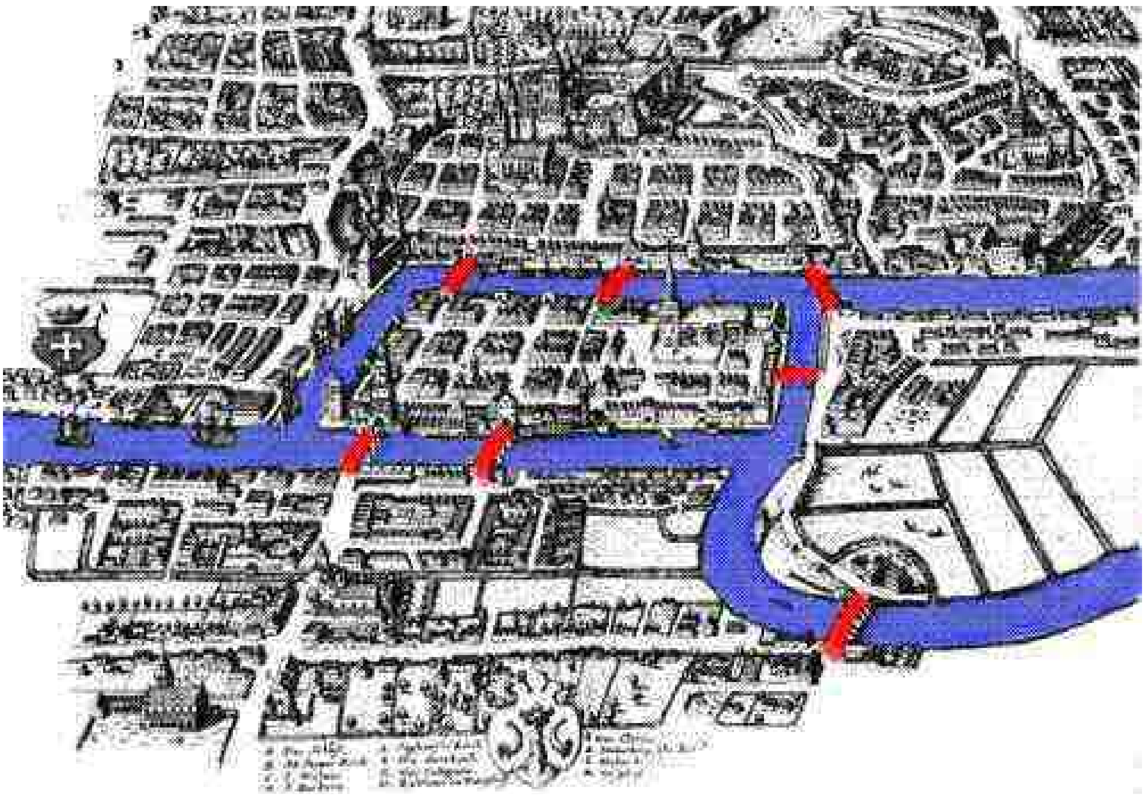
V nadaljevanju si oglejmo primer rešitve problema na konkretnem primeru s slike 26. Rešitev poteka v naslednjih štirih korakih:

- Ugotovimo, da graf ni Eulerjev, ker sta točki *d* in *h* lihe stopnje.

- Poiščemo najkrajšo pot med točkama *d* in *h* , ta pa je *dfbh*, te povezave je potrebno vrisati v graf in jim dodeliti uteži, ki jim pripadajo (na sliki 26 je pot vrisana z rdečo barvo).
- Iščemo Eulerjev obhod grafa, ki je v našem primeru *abhgfedfchfdbfdha*.
- Vsota uteži povezav obhoda je: 5 x 1 + 6 x 2 + 3 x 3 + 4 + 5 = 35. Vsota 35 se deli na 31 prvotnega grafa, 4 pa dodane povezave med *d* in *h*.

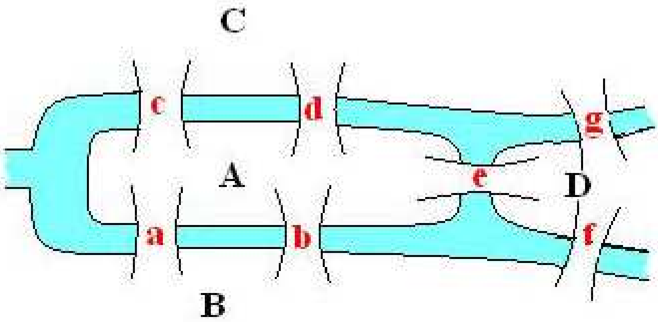
5.3 Problem Königsberških mostov

V 18. stoletju je bilo v srednjeveškem mestu Königsberg v vzhodni Prusiji 7 mostov, ki so povezovali štiri mesta. Na reki Pregel je bil otok, imenovan Kneiphof. Slika 27 nam prikazuje, kako se je reka razcepila na dva rokava. Pravijo, da so se meščani zabavali s poskušanjem, ali se da sprehoditi po mestu tako, da bodo prečkali vsakega od mostov natanko enkrat in se vrnili na začetni breg reke. Meščani so zaman znova in znova poskušali najti obhod mesta, ki bi jim omogočil, da prečkajo vsakega od mostov enkrat in se vrnejo v začetno točko. Začeli so verjeti, da naloga nima rešitve. Tega ni znal nihče dokazati, vse dokler se problema ni lotil Leonard Euler. Njegov dokaz je bil objavljen leta 1736 v članku z naslovom Solutio problematis ad giometriam situs pertinentis. Problem Königsberških mostov lahko prevedemo v teorijo grafov, pri čemer so točke grafa deli mesta, povezave pa sedem mostov na reki. Problemi iskanja obhoda grafa, pri katerem prehodimo vsako povezavo natanko enkrat, imenujemo Eulerjev obhod v tem grafu.



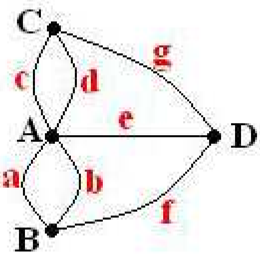
Slika 27: Königsberški mostovi

Vir: Wilson in Watkins 1997, 141.



Slika 28: Poenostavljena slika mostov

Vir: Oblak 2007.



Slika 29: Graf, ki simbolno predstavlja problem Königsberških mostov

Vir: Wilson in Watkins 1997, 148.

Če so vse točke grafa sode stopnje, je graf Eulerjev ter obstaja tudi Eulerjev obhod in ima Eulerjev sprehod natanko tedaj, ko ima graf nič ali dve točki lihe stopnje. Glede na definicijo je odgovor zares ne, ker ima graf kar štiri točke lihe stopnje, zato Eulerjev sprehod ne obstaja. Torej se sprehajalci ne morejo sprehoditi čez vsak most natanko enkrat.

6 ISKANJE NAJKRAJŠE IN NAJDALJŠE POTI

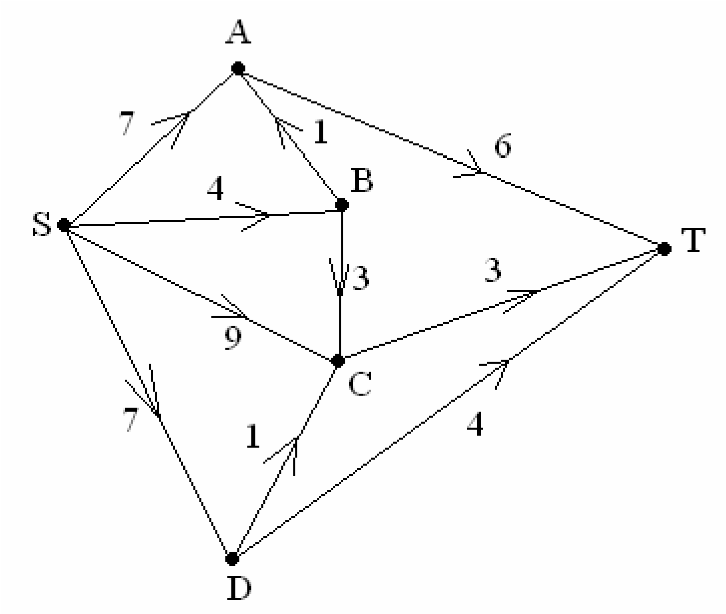
Za iskanje najkrajše in najdaljše poti obstajajo različni algoritmi in metode, ki bodo predstavljene v tem poglavju.

6.1 Algoritem za iskanje najkrajše poti – tabelarična metoda

Pri iskanju najkrajše poti iščemo najkrajšo pot od točke S do T. Pri iskanju poti se v grafu pomikamo z leve proti desni in upoštevamo korake algoritma za iskanje najkrajše poti.

Algoritem za iskanje najkrajše poti:
- vhodni podatki: utežen graf G(V, E), točki S in T,
- izhodni podatki: najkrajša pot med točkama S in T.
- Korak 1: točki S določimo potencial 0. Vsaki sosednji točki V točke S dodelimo oznako, enako povezavi SV. Izberemo najmanjšo od oznak in jo proglasimo za potencial.
- Korak 2: točki, ki ji je bil nazadnje določen potencial, pogledamo sosede in jim določimo oznake V + WV. Ko so vse sosede označene, izberemo najmanjšo in jo proglasimo za potencial.
- Korak 3: če ima točka T potencial, s sledenjem nazaj določimo pot od T do S, sicer gremo na korak 2.

Sledenje nazaj: potencial točke T je utež najkrajše poti od S do T. Sledenje izvedemo tako, da poiščemo sosede točke T in izberemo tisto sosedo V, za katero velja: oznaka V = potencial T – utež VT.



Slika 30: Graf za iskanje najkrajše poti

Vir: Wilson in Watkins 1997, 188.

Vsakemu vozlišču priredimo stolpec v preglednici. Vsakokrat, ko vozliščem priredimo potenciale, z njimi označimo novo vrstico v preglednici. V novo vrstico zapišemo najdaljše razdalje do vozlišč, ki jih lahko neposredno dosežemo samo iz vozlišča z znanim potencialom; tako nadaljujemo v naslednji vrstici.

Preglednica 3: Tabelarična metoda iskanja najkrajše poti

Točke	S	A	B	C	D	T
S	0	7	4	9	7	…
B		5	4	7	7	…
A		5		7	7	11
C. D				7	7	10
T						10

Vir: Wilson in Watkins 1997, 191.

6.2 Algoritem za iskanje najdaljše poti – tabelarična metoda

Iščemo najdaljšo pot od točke S do T v danem grafu. Ideja je podobna, kot pri iskanju najkrajše poti. Namesto točk, ki so sosednje točke z danim potencialom, tokrat iščemo točke, ki so sosednje samo s točkami z znanim potencialom.

Algoritem za iskanje najdaljše poti:

– vhodni podatki: omrežje G(V, E, *w*), točki S in T,
– izhodni podatki: najdaljša pot od S do T.
– Korak 1: točki S dodelimo potencial 0. Vsaki točki *w*, ki je dosegljiva samo iz točke S, dodelimo potencial, enak uteži povezave SV.
– Korak 2: poiščemo sosede točk *w*, ki imajo potencial in so dosegljive samo iz točk s potencialom. Za vsako točko *w* in za vsako *vw* izračunamo: potencial *v* + utež *vw*. Dobljeni rezultat je nova oznaka točke *w*, če ni bila že prejšnja točka večja. Ko so upoštevane vse povezave *vw*, vrednost točke *w* proglasimo za potencial.
– Korak 3: če ima točka T potencial, končamo, sicer gremo na korak 2. Najdaljšo pot od S do T dobimo s sledenjem nazaj.

Za iskanje najdaljše poti lahko uporabimo enak graf kot za iskanje najkrajše poti (preglednica 4).

Tudi za iskanje najdaljše poti lahko uporabimo tabelarično metodo. Vsaki točki omrežja priredimo stolpec preglednice. Vsakikrat, ko točkam priredimo ustrezne potenciale, označimo z njimi novo vrstico. V novo vrstico zapišemo najdaljše razdalje do točk, ki jih lahko dosežemo samo iz točk z znanim potencialom. Potem nadaljujemo z naslednjo vrstico (Wilson in Watkins 1997, 195).

Preglednica 4: Tabelarična metoda iskanja najdaljše poti

Točke	S …	A (S, B)	B (S)	C (S, B, D)	D (S)	T (A, C, D)
S	0	…	4	…	7	…
S, B, D		7		9		…
S, B, D, A, C						13

Vir: Wilson in Watkins 1997, 195.

6.3 Optimizacija projekta

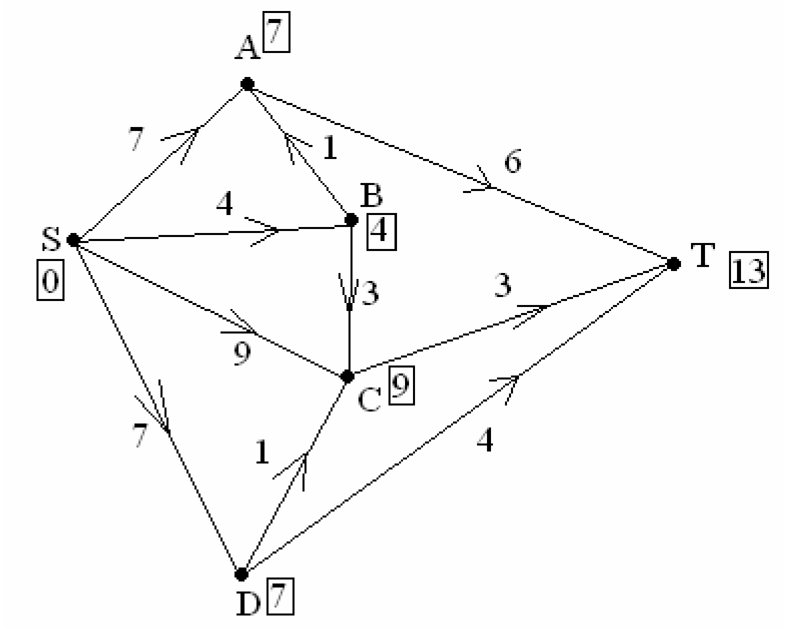
Projekt je sestavljen iz posameznih opravil. Za vsako opravilo vemo, koliko časa traja in katera opravila morajo biti končana, da ga lahko začnemo izvajati. Projekt predstavimo z omrežjem tako, da usmerjene povezave predstavljajo posamezna opravila, točke pa trenutke dokončanja ustreznih opravil. Imamo tudi primere, ko je potrebno omrežje sestaviti, v takih primerih imamo podan LT (late time) in ET (early time), tabelo z opravili in njihovimi predhodnimi opravili ter s časi trajanja posameznega opravila, tako da lahko brez težav narišemo omrežje.

Definicija kritične poti: je tista pot, ki je sestavljena iz samih kritičnih dejavnosti. To je pot, pri kateri nimamo manevrskega prostora glede izbire začetka.

Računanje najkasnejšega možnega začetka (LT):
LT=MIN od (LT(y v1)-deg(x y)), (LT(y v2)-deg(x y)) in (LT(y v3)-deg(x y)), kjer je potrebno poudariti, da (LT(y v1) – deg(x y)) pomeni, da od vrednosti LT povezave xy1 odštejemo utež povezave xy itd. na koncu izberemo minimalno in imamo rešitev.

Zgled:

- Najkrajši možen čas za dokončanje projekta je enak uteži najdaljše poti od S do T.
- Za vsako opravilo je potrebno določiti najhitrejši možen začetek opravila *xy*, ki je enak potencialu *x,* in skrajni čas za začetek opravila *xy* od zadaj naprej od T proti S.



Slika 31: Graf, na katerem je predstavljena optimizacija projekta

Preglednica 5: Začetni in skrajni časi posameznih opravil

Čas/Opravila	SA	SB	SC	SD	AT	BA	BC	DC	CT	DT
ET	0	0	0	0	7	4	4	7	9	7
LT	0	2	1	2	7	6	7	9	10	9
Razlika	0	2	1	2	0	2	3	2	1	2

Ko smo za zgornji graf poiskali najdaljšo pot, smo ugotovili, da je najkrajši možen čas za dokončanje projekta 13 časovnih enot.

V preglednici 5 (pod Razlika) vidimo dve ničli, kar pomeni, da pri opravilih SA in AT nimamo manevrskega prostora. Iz kritičnega časa dobimo tudi kritično pot, ki je v našem primeru SAT.

7 PREDSTAVITEV PODJETJA POŠTA SLOVENIJE D. O. O.

7.1 Predstavitev podjetja in razvoj skozi zgodovino

Pošta Slovenije je trenutno največje in vodilno podjetje, ki se ukvarja s poštnimi storitvami v Sloveniji. Sedež podjetja je v Mariboru (Slomškov trg 10, 2000 Maribor, Slovenija), v nekateri mestih po Sloveniji ima tudi poslovne enote. Pošta Slovenije (v nadaljevanju PS) je bila ustanovljena ob razdružitvi nekdanjega podjetja Pošta in Telekom (PTT), in sicer 1. januarja 1995. Od julija 2002 deluje kot gospodarska družba v 100 % lasti Republike Slovenije. Hkrati je Pošta Slovenije eden od vodilnih stebrov nacionalnega gospodarskega okolja, saj hkrati ponuja veliko storitev, ima veliko število zaposlenih, visoke prihodke, investicije in dobiček (Pošta Slovenije 2009.).

Pošta Slovenije je bila ob ustanovitvi sestavljena iz uprave in devetih poslovnih enot: Celje, Koper, Kranj, Ljubljana, Maribor, Murska Sobota, Nova Gorica, Novo mesto in Trbovlje. Poslovna enota Trbovlje je bila ukinjena v letu 1998, PLC (poslovno logistični center) Ljubljana se je preoblikoval v poslovno enoto v letu 2002, PLC Maribor pa v letu 2008 (Pošta Slovenije 2009.).

Zakon o poštnih storitvah (Ur. l. RS, št. 35/1997), ki je postavil temelje za liberalizacijo trga poštnih storitev, predstavlja prelomnico na področju poštnih storitev v Republiki Sloveniji. Uveden je bil pojem javne gospodarske službe (prenos pisem do 1.000 g, dopisnic in telegrafskih sporočil v notranjem in tudi v mednarodnem prometu), ki jo je zakon v izvajanje dodelil Pošti Slovenije, v ta namen pa se je preoblikovala v javno podjetje. Drugi izvajalci so lahko opravljali poštne storitve, ki niso spadale v javno gospodarsko službo (Pošta ni bila edini izvajalec, pristojen za te storitve). Leta 2001 se je v javni gospodarski službi masa pisem znižala na 100 g, hkrati pa so iz javne gospodarske službe bila odstranjena telegrafska sporočila (Pošta Slovenije 2009.).

Leta 2002 so bili z novim zakonom postavljeni dokončni pogoji za liberalizacijo in demonopolizacijo trga poštnih storitev (ZPSto -2 – uradno prečiščeno besedilo). Za Republiko Slovenije nov zakon pomeni prilagoditev opravljanja poštnih storitev pravnemu redu Evropske unije. Novi zakon določa pogoje in postopek za izvajanje poštnih storitev, uvaja pogoje za dostopnost do javnega poštnega omrežja in izdajanje poštnih vrednotnic, ureja zagotavljanje in izvajanje univerzalne poštne storitve, določa organizacijo in delovanje Agencije za telekomunikacije, radiodifuzijo in pošto Republike Slovenije v delu, ki se nanaša na poštne storitve. Prav tako med drugimi določa pravice in obveznosti izvajalcev ter uporabnikov poštnih storitev ter ureja druga vprašanja, povezana s poštno dejavnostjo (Pošta Slovenije 2009).

V letu 2004 se je Agencija za telekomunikacije, radiodifuzijo in pošto Republike Slovenije preimenovala v Agencijo za pošto in elektronske komunikacije (v nadaljevanju APEK). APEK je neodvisni organ, ki nadzoruje in ureja trg poštnih storitev v Republiki Sloveniji. Daje tudi soglasje na splošne pogoje in cene univerzalne poštne storitve. V zakonu o poštnih storitvah so navedene tudi ostale pravice agencije, ki so povezane s poštnimi storitvami (Pošta Slovenije, Izvajanje poštnih storitev v Republiki Sloveniji).

PS v skladu s splošnim aktom o kakovosti izvajanjem univerzalne storitve uporablja pri svojem poslovanju standarde (ZPSto - 2) SIST EN 13850 (kakovost poštnih storitev, merjenje časa prenosa od sprejema do vročitve za posamične pošiljke), SIST EN 14102 (to so načela ravnanja s pritožbami) in SIST-TP CEN/TR 15472 (uporaba sistema sledenja ali track and trace). PS je standarde kakovosti sprejela zaradi kakovosti prenosa pisemskih pošiljk, kakovosti prenosa paketnih pošiljk, obravnavanja pritožb in reklamacij in kakovosti prenosa pisemskih pošiljk v mednarodnem prometu.

7.2 Poslanstvo, vizija in strateški cilji podjetja

PS ima poslanstvo, da zagotavlja razvoj ter kakovost, konkurenčnost in zanesljivost izvajanja:

- poštnih storitev,
- logističnih storitev,
- varnih elektronskih poštnih storitev,
- storitev uporabe globalnega poštnega informacijskega in komunikacijskega omrežja in prodaje trgovskega blaga prebivalstvu in pravnim subjektom v domačem in mednarodnem okolju.

PS želi prispevati k:

- nacionalnemu razvoju tudi na demografsko ogroženih območjih;
- zadovoljstvu državljanov kot uporabnikom storitev;
- večanju konkurenčnih in poslovnih učinkovitosti podjetij in drugih poslovnih subjektov.

Vizija podjetja je, da bi bilo najpomembnejše in največje podjetje, ki se ukvarja s poštnimi in z njimi povezanimi logističnimi storitvami v Sloveniji tudi po liberalizaciji poštnega trga v EU. Vizija je razvijanje pripadnosti in lojalnosti zaposlenih, vlaganje v njihovo znanje ter zagotavljanje njihove socialne varnosti, zagotavljanje dolgoročne plačilne sposobnosti in optimalne donosnosti vloženega kapitala.

PS je v skladu s spremembami v internem in eksternem okolju podjetja ter novo strategijo svetovne poštne zveze pristopila k izvedbi dopolnitve in spremembe strateškega razvoja programa družbe (SRP). Z novim strateškim razvojem bo dopolnila strategije in cilje ter identificirala dodatne projekte in aktivnosti na korporacijskem, poslovnem in funkcijskem nivoju. Intenzivna vlaganja v aktivnosti, ki so povezane z uresničevanjem strateških usmeritev, bodo pomembno vplivala na poslovanje podjetja v prihodnjih letih. Poslovne cilje bodo dosegali z do sedaj ključnimi poštnimi storitvami. Spremembe okolja, globalizacije, navade strank, sprejema podzakonskih predpisov zakona o poštnih storitvah (ZPSto-2) in popolni liberalizaciji poštnega trga bo PS reševala z implementacijo naslednjih strateških usmeritev (Pošta Slovenije 2009):

- v središče vseh prizadevaj PS bo postavljen uporabnik;
- zaposleni so srce podjetja in ključ do zadovoljnih uporabnikov, stalna skrb je namenjena strokovnemu izobraževanju in prizadevanju, da pritegnejo in obdržijo uspešne strokovnjake ter vzpostavljanje kulture, ki temelji na vrhunski izvedbi;
- nenehno razvijanje novih storitev in nadgrajevanje obstoječih klasičnih storitev ter skrb za njihovo kakovost izvajanja;
- izpeljava optimizacije procesov s pomočjo strateškega razvojnega projekta Menedžment poslovnih procesov;
- omogočiti uporabnikom preprosto in prijazno poslovanje s Pošto Slovenije;
- izboljšanje učinkovitosti in kakovosti prenosa poštnih pošiljk ob hkratnem zagotavljanju ustrezne donosnosti ter ohranjanje vodilnega tržnega deleža na področju poštnih storitev;
- širjenje poslovanja na trge poštnih in logističnih storitev jugovzhodne Evrope in vzpostavljanje novih oblik sodelovanja;
- ohranjanje statusa vodilnega ponudnika storitev plačilnega prometa in storitev na transakcijskih računih za fizične osebe in male podjetnike v sodelovanju s Poštno banko Slovenije, d. d.;
- aktivno in odgovorno vodenje ekološko naravnane politike, ob upoštevanju načel gospodarnosti v vseh poslovnih funkcijah podjetja;
- zagotavljanje sodobnega informacijskega sistema, ki bo sredstvo za doseganje strateških ciljev podjetja.

7.3 Storitve podjetja, način izvajanja in njihove značilnosti

Pošta Slovenije ponuja svojim uporabnikom različne poštne storitve, kot so (Pošta Slovenije 2009):

- pisemske pošiljke: stranke lahko izbirajo med širokim naborom pošiljk po Sloveniji in v tujino (pisma, dopisnice, tiskovine, pošiljke za slepe in slabovidne, pisma v pravdnem in upravnem ter kazenskem postopku, pisma v postopku vpisa v sodni register in izbris iz sodnega registra, publikacije, poslovni dogovori in mednarodni poslovni dogovori, petrol pisma in pisma v mednarodnem prometu). Pisemske pošiljke delijo na navadne in knjižne. Za navadne je značilno, da ob oddaji stranka ne dobi nobenega potrdila, podjetje pa ne zahteva potrditve prevzema pošiljke od naslovnika, pri knjižnih je obratno;
- paketne pošiljke: namenjene so pošiljanju blaga in dokumentov. Če uporabnik ne potrebuje potrdila o oddaji pošiljk, lahko odda navaden paket, v primeru da stranka pošilja paket, mu bo podjetje izdalo potrdilo o oddaji. Paketne pošiljke delimo na pakete,

poslovne pakete, mednarodne poslovne pakete, palete, tovor, poštno špedicijo, pakete petrol (prevzem na bencinskem servisu), mednarodne pakete;

– hitra pošta: deli se na hitro pošto po Sloveniji (v istem dnevu, potrebno je upoštevati tudi določeno maso in dimenzije pošiljke), znotraj mest (večja slovenska mesta, npr. Celje, Koper, Kranj, Ljubljana, Maribor, Murska Sobota, Nova Gorica in Novo mesto);
– storitve na pošiljke (podpis dokumentov): je notranja storitev, pri kateri pošta pošiljatelju vrne od naslovnika potrjeno pogodbo, aneks, naročilnico ipd. (na naslovni strani pošiljke mora biti oznaka »POD«, pošiljatelj odda ustrezen dokument skupaj s pošiljko, dokument se vrne pošiljatelju s priporočenim pismom, storitev se izbere ob oddaji poslovnega paketa ali poslovnega paketa večjih dimenzij in palet). Pomembna storitev je tudi odkupnina, pri kateri se vroči pošiljka naslovniku proti predhodnemu plačilu zneska odkupnine;
– sledenje pošiljk v naslovnih državah: uporabnik poštnih storitev lahko sledi, kje se trenutno nahaja njegova pošiljka;
– dostava in izročanje pošiljk: pooblastilo za prevzemanje pošiljk (eden od primerov je, ko pooblastimo drugo osebo za prevzem pošte, kjer je potrebno navesti določene podatke o pooblastitelju), preselitev na drug naslov ali začasna odsotnost (potrebno je obvestiti pismonošo o novi lokaciji, v primeru selitve se pošta dostavlja na novi naslov, v primeru odsotnosti se pošta hrani na dostavni pošti 30 dni), predalčnik za prejemanje pošte (potrebno je imeti urejen predalčnik glede na lokacijo prebivališča, bodisi individualna hiša, večstanovanjska hiša ali blok);
– aplikacije za opremo pošiljk: na spletni strani so dosegljivi obrazci, kjer si lahko stranke pripravijo tudi spremnice za paketne pošiljke v notranjem in mednarodnem prometu ter pošiljke hitre pošte v notranjem prometu.

7.4 Poslovanje podjetja s finančnega vidika v nekaj preteklih letih

Pošta Slovenije je kljub zaostrenim finančnim in gospodarskim razmeram, katere so zaznamovale tudi leto 2010, ohranili svojo likvidnost in položaj zanesljivega poslovnega partnerja. PS je v letu poslovala uspešno, ter ustvarila dobiček v višini 16.314.604 evrov. Dobiček v letu 2010je za 13 % manjši kot v letu 2009 (2.538.668 evrov nižji), vendar je še zmeraj presegel pričakovanja, ki so imeli v podjetju (Pošta Slovenije 2012a).

Preglednica 6: Ključni dosežki v številkah v letih 2006 do 2010

Podatek	2006	2007	2008	2009	2010
Čisti prihodek od prodaje v EUR	229.302.762	225.348.863	245.268.027	229.915.770	232.614.889
Dodana vrednost v EUR	175.170.197	171.969.274	180.095.828	179.197.891	180.866.027
Kosmati denarni tok v EUR	45.490.753	34.711.258	36.460.566	35.202.905.	34.568.412
Poslovni izid iz poslovanja v EUR	27.440.882	19.607.705	20.592.757	20.549.421	17.032.578
Čisti poslovni izid v EUR	20.879.164	16.550.620	18.236.770	18.853.272	16.314.604
Vrednost naložb v EUR	12.799.670	14.074.734	17.078.995	15.469.088	9.667.048
Število storitev (v 000 kosov)	1.069.344	1.117.376	1.208.034	1.126.975	1.133.623
Povprečno število zaposlenih iz delovnih ur	6.317	6.351	6.363	6.399	6.281
Dodana vrednost na zaposlenega	27.732	27.078	28.303	27.996	28.795
Kapital v EUR	233.149.979	243.588.011	252.727.335	259.595.940	249.916.173
Bilančna vsota v EUR	293.897.278	300.970.664	311.331.371	315.066.134	311.666.862
Stroški dela	129.679.444	137.258.016	143.635.263	143.944.985	146.297.616
Kazalniki v %	2006	2007	2008	2009	2010
Donosnost prodaje – ROS	9,1	7,3	7,4	8,2	7,8
Donosnost kapitala – ROE	9,6	7,2	7,6	7,6	6,6
Donosnost sredstev - ROA	7,4	5,6	6,0	6,0	5,2

Legenda: - ROS = čisti poslovni izid / čisti prihodki od prodaje
- ROE = čisti poslovni izid / povprečno stanje kapitala
- ROA = čisti poslovni izid / povprečno stanje sredstev

Pod trenutnim poslovodstvom je Pošta Slovenije poslovala uspešno tudi v letu 2011 ter kljub gospodarskim razmeram, ki so se zadnje čase zelo zaostrile in so se lani še poslabšale, je Pošta Slovenije dosegla čisti poslovni izid v višini 8,9 mio. EUR. Ta je presegel predvidenega za kar 144 %, hkrati pa je bil za 46 % nižji od doseženega v letu 2010. Glede na leto 2010 se je rezultat znižal, kar je posledica slabitve naložbe v NKBM (učinek slabitve na čisti poslovni izid je 9,9 mio. EUR). Ob upoštevanju aktualnih razmer na popolnoma svobodnem trgu poštnih storitev Pošta Slovenije v letu 2012 pričakuje do 1 % rasti poslovnih prihodkov, tudi dobiček naj bi po predvidevanjih presegel lanskoletnega. V primerjavi z letom 2010 je pri poslovnih dogodkih PS dosegla 2-odstotno rast, 1 % upada pa pri obsegu storitev. Največji, 77-odstotni delež v prihodkih predstavljajo prihodki od poštnih storitev, s 15 % mu sledijo denarne storitve in z 8 % ostale storitve. Poslovni odhodki so bili za 1 % višji kot v letu 2010, vendar pa njihova višina ni presegla načrtovane. V letu 2011 je bilo opravljenih 1.123.179.579 storitev. Poštne storitve so bile na isti ravni kot leta 2010, denarne storitve so upadle za 7 %, ostale storitve pa za 19 %. Znotraj poštnih storitev je univerzalna poštna storitev upadla za 6 %, druge poštne storitve so porasle za 3 %. Med drugimi poštnimi storitvami beleži Pošta Slovenije največjo rast pri direktni pošti (Pošta Slovenije 2012b).

7.5 Struktura podjetja, število poslovnih enot, poslovalnic in zaposlenih

Pošta Slovenije se kot struktura podjetja deli na poslovodstvo, svetovalce poslovodstva ter štabne službe. Poslovodstvo sestavljajo trije člani, in sicer generalni direktor, namestnik generalnega direktorja ter član poslovodstva. Ena od nalog poslovodstva je, da imenuje in razrešuje nadzorni svet za dobo petih let z možnostjo večkratnega ponovnega imenovanja. Nadzorni svet je sestavljen iz šestih članov, štiri člane imenuje ustanovitelj, Agencije za upravljanje kapitalskih naložb Republike Slovenije, ostala dva pa izvoli svet delavcev.

PS se glede na strokovna področja in službe deli na določene sektorje, in sicer:

- Sektor za globalno logistiko,
- Sektor za trženje,
- Sektor za informatiko,
- Sektor za računovodstvo,
- Sektor za finance,
- Sektor za investicije in nabavo,
- Kadrovsko pravni sektor,
- Sektor za mednarodne odnose,
- Sektor za razvoj in tehnologijo storitev in
- Sektor za korporativno varnost in nadzor.

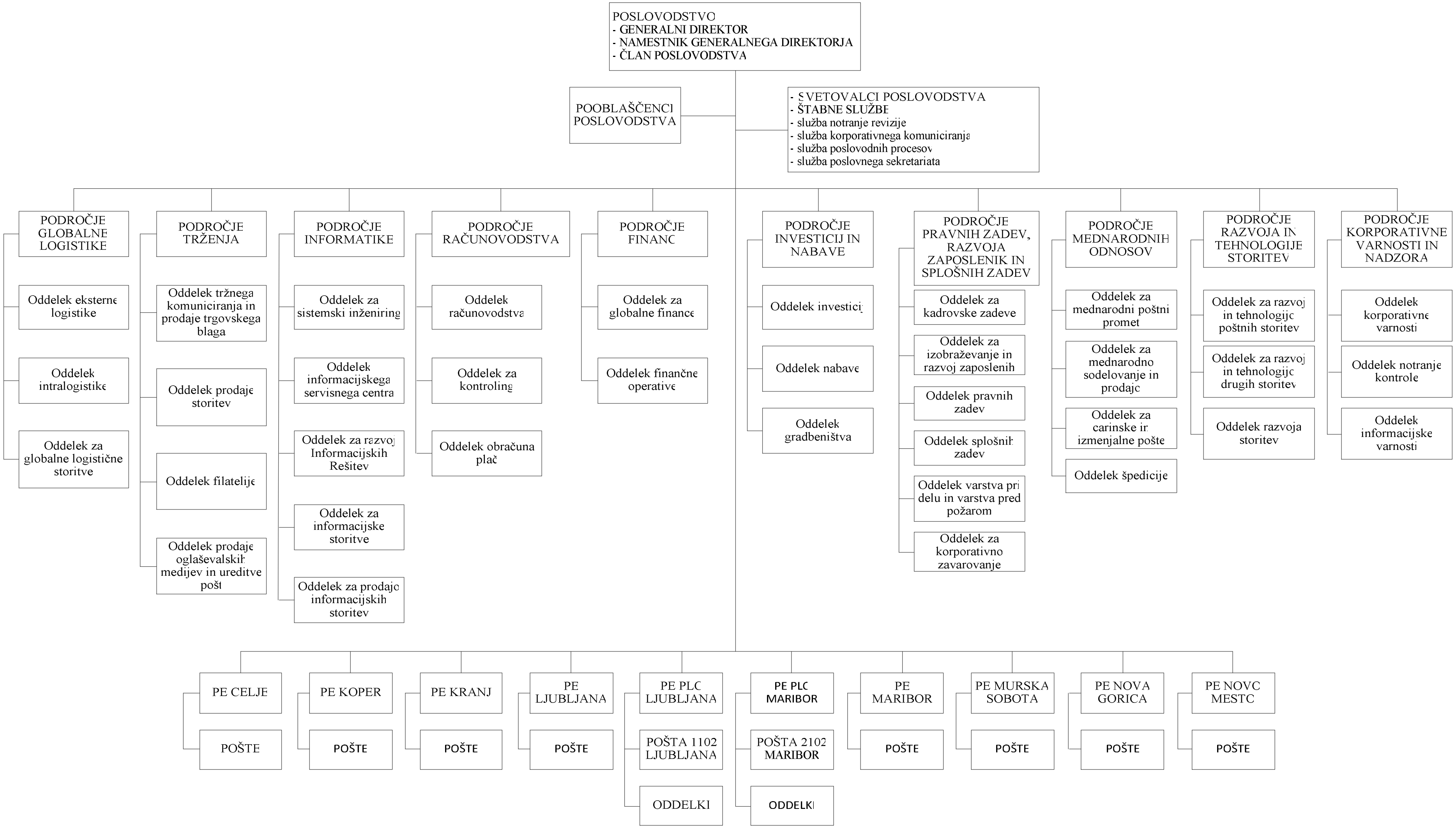
Pošta Slovenije ima v določenih slovenskih mestih deset poslovnih enot, in sicer Koper, Celje, Kranj, Ljubljana, Poštni logistični center Ljubljana, Maribor, Poštni logistični center Maribor, Murska Sobota, Nova Gorica in Novo mesto. Vsako strokovno področje in vsaka poslovna enota ima tudi svojega direktorja.

PS ima po vsej Sloveniji 556 pošt (poslovalnic), šteje več kot 6.700 zaposlenih in je s tem eden od stebrov nacionalnega gospodarskega okolja.

Zaposleni pri Pošti Slovenije so za podjetje zelo pomembni, saj skrbijo za zadovoljstvo strank in v skladu z vizijo in cilji podjetja predstavljajo pomemben dejavnik konkurenčnosti na trgu.

Pošta Slovenije zagotavlja svojim zaposlenim tudi ustrezno izobraževanje za lažjo sleditev in doseganje strateških ciljev, istočasno pa skrbi za svoje zaposlene z zagotavljanjem kakovostnih pogojev dela in stimulativnega delovnega okolja (Pošta Slovenije 2009).

Na sliki 32 je predstavljen organigram ali shema Pošte Slovenije, kjer je lepo videti, kako je podjetje razdeljeno in sestavljeno.



Slika 32: Organigram Pošte Slovenije, d. o. o.

Vir: Pošta Slovenije 2012a.

7.6 Prestavitev pošte 6320 Portorož

Pošta 6320 Portorož se nahaja v Luciji na naslovu Obala 107. Za predstavitev te pošte smo se odločili, ker bomo optimizacijo distribucije poštnih pošiljk prestavili na določenem naboru ulic v kraju Lucija. Poleg standardnih poštnih storitev pošta v Luciji izvaja še nekatere dodatne storitve, kot so (Pošta Slovenije 2009):

- storitve za ALTA Invest, investicijske storitve, d. d. (PS je odvisni borznoposredniški zastopnik borzno posredniške družbe Alta Invest, d. d., zato lahko na pošti stranke sklenejo pogodbo o borznem posredovanju, posredovanju naročil in vodenju računov finančnih inštrumentov);
- igre na srečo Loterije Slovenije (Loterija Slovenije, športne stave itd.);
- razvijanje fotografij (na pošti ali preko interneta);
- vročanje cvetlic k LX telegramom;
- storitve menjalniškega poslovanja;
- dostava po 16. uri;
- lokalna registracijska pisarna;
- fotokopiranje;
- prodaj e-vstopnic.

7.7 Opis načina in faze izvajanja dela za predstavljen primer (opis dela pri razvozu)

Pri distribuciji poštnih pošiljk je treba upoštevati veliko dejavnikov, ki vplivajo na storitev, kot so gospodarske možnosti pošte in ustrezna poraba finančnih sredstev. Distribucija pošte je organizirana na več načinov: centraliziran (v primeru, ko je v mestu več pošt, samo ena pa izvaja dostavo in izročitev pošiljk), decentraliziran (v primeru večjih mest z več poštami, kjer nekatere ali vse izvajajo dostavo in izročitev pošiljk) in kombiniran (centralna pošta pripravi pošiljke za celotno mesto in jih razdeli po poštnih okrajih) (Smodič 2004, 16–17).

Faze, ki nastopijo pri razvozu poštnih pošiljk, so:

- sprejem (pošta sprejme pošiljko od pošiljatelja z namenom, da jo odpravi in vroči naslovniku);
- odprava (priprava poštnih pošiljk za prevoz s prevoznimi sredstvi);
- prevoz (pošiljko je treba pripeljati na dostavni naslov, zato je to faza med odpravo in prispetjem);
- prispetje (vsi delovni procesi potekajo v prostorih pošte, opravljajo jih okenski delavci, pismonoše in ostali usposobljeni delavci);
- vročitev se deli na dostavo pošiljk (vročitev pošiljke naslovniku na domu, v poslovnem prostoru ali izpostavljenem predalčniku) in izročanje pošiljk (vročitev prek poštnega predala, v prostorih pošte, poštno ležeče).

Za prevoz poštnih pošiljk od sprejemne do naslovne pošte uporabljajo različna prevozna sredstva, kot so: tovorna vozila, kamioni, kombinirana vozila, lažji dostavni avtomobili, za mednarodni promet pa tudi železniški vagone, ladje in letala (Smodič 2004, 11–14).

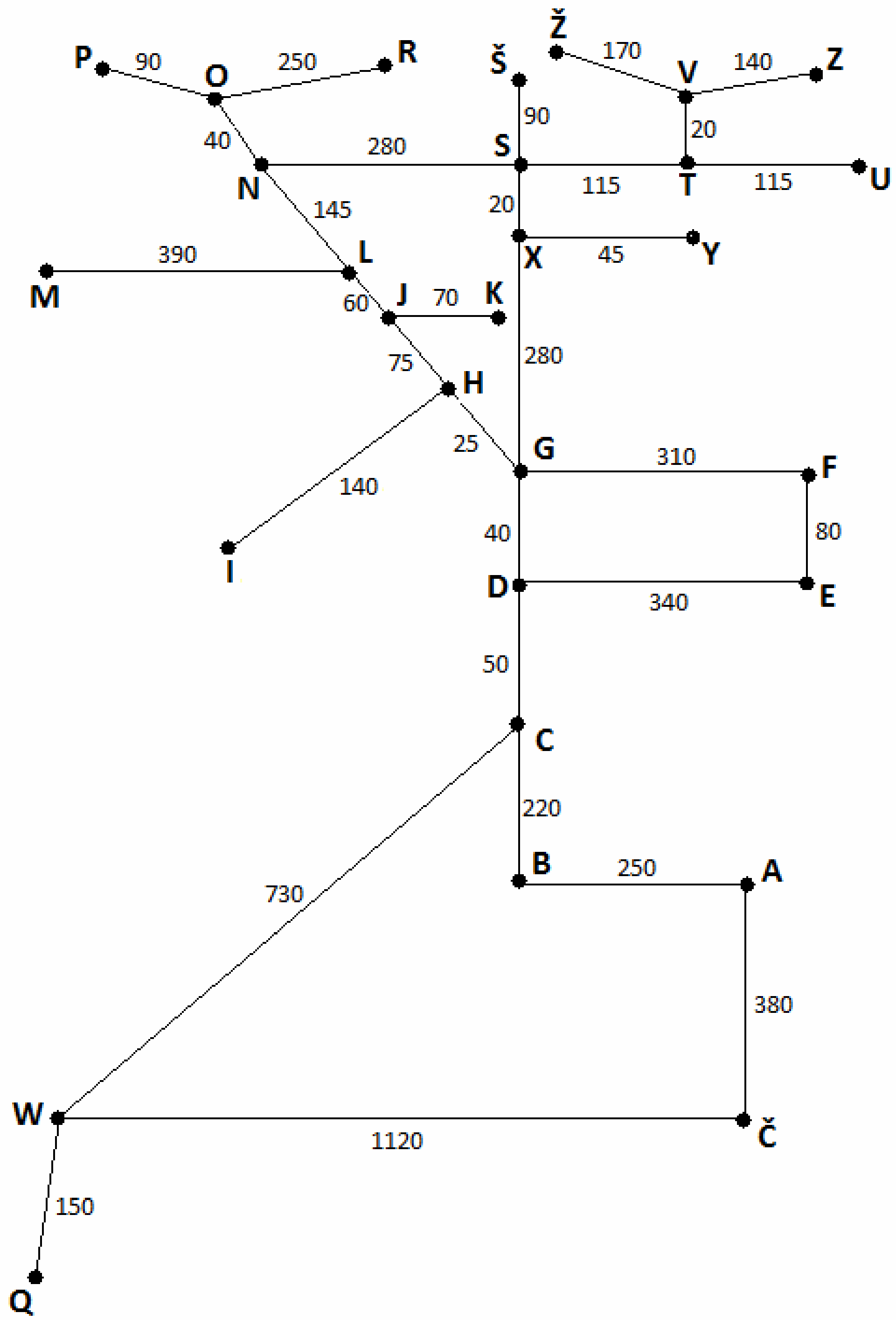
Pri dostavi pošiljk na naslovnikov naslov uporabljajo poleg avtomobilov, kombijev, pol-kombijev najpogosteje kolesa in motorna kolesa, saj so ta najbolj praktična in z določenega vidika najbolj ekonomična.

8 PREDSTAVITEV OBRAVNAVANEGA PROBLEMA IN MODEL ZA ISKANJE OPTIMALNE POTI

8.1 Predstavitev problema in zasnova modela

Osrednji del zaključne projektne naloge predstavlja obravnava problema razvoza pošte, na katerem bo predstavljena optimizacija distribucije poštnih pošiljk. Pri iskanju optimalne poti bomo uporabili različna orodja iz teorije grafov, ki smo jih predstavili v prejšnjih poglavjih. Reševanja problema se bomo lotili kot v primeru »kitajskega problema poštarja«, ker gre v našem primeru za problem te vrste. Zasnovali bomo model, s pomočjo katerega bomo ocenili dejansko pot, ki jo opravi raznašalec na izbranem sistemu, hkrati pa za isti sistem izvedli optimizacijo in poiskali optimalno rešitev. Oba načina razvoza bomo primerjali. Izbrali smo nekaj ulic, ki jih prevozi pismonoša in vzdolž katerih razdeli zalogo pošte. Pri tem smo se omejili na nekatere predpostavke. Za namen naloge je bil izbran sistem ulic, v katerem ni enosmernih in slepih ulic, ker bi sicer bil problem bistveno bolj zapleten (usmerjeni grafi) in bi presegel okvir in namen naloge. Model je sestavljen iz 29 točk, kar v realnosti predstavlja 29 križišč in 31 povezav ali ulic, ki povezujejo križišča (točke). Vsaki ulici smo dodali utež, ki predstavlja razdaljo v metrih od ene do druge točke. Skupna dolžina ulic je 6.230 m, optimizacijska in dejanska razdalja sta seveda daljši, saj so nekatere ulice slepe in se je potrebno po istih vrniti nazaj v križišče. Na sliki 35 je predstavljen model (graf), na katerem bomo predstavili obhod, ki ga opravi poštar. Pri iskanju optimalne poti bomo upoštevali določene predpostavke, kot so:

- obhoditi (prevoziti) je potrebno vse ulice;
- upoštevali bomo, da je po vseh ulicah najvišja dovoljena hitrost 40 km/h;
- omejili se bomo na enega poštarja in na eno prevozno sredstvo, v našem primeru bo to motorno kolo;
- izognili smo se enosmernim ulicam;
- našo optimalno pot in pot, ki jo opravi poštar, bomo primerjali s skupno dolžino ulic (6.230 m).



Slika 33: Graf ulic v Luciji

Začetna točka grafa je A, kar pomeni, da bo poštar začel in končal v isti točki. Poštar opravi naslednji obhod: A, B, C, D, G, X, Y, X, S, T, U, T, V, Z, V, Ž, V, T, S, Š, S, N, O, R, O, P, O, N, L, M, L, J, K, J, H, G, D, E, F, G, H, I, H, G, D, C, W, Q, W, Č, A. Skupna dolžina, ki jo prevozi poštar, znaša 8.240 metrov.

8.2 Predstavitev primera s pomočjo kitajskega problema poštarja

Najprej je potrebno analizirati sestavljen graf in ugotoviti, ali gre za Eulerjev graf. V našem primeru graf ni Eulerjev, ker niso vse točke sode stopnje, tako da ni možno opraviti Eulerjevega obhoda. Iz grafa na sliki 34 je namreč razvidno, da imajo točke naslednje stopnje: deg(A)=2, deg(B)=2, deg(C)=3, deg(Č)=2, deg(D)=3, deg(E)=2, deg(F)=2, deg(G)=4, deg(H)=3, deg(I)=1, deg(J)=3, deg(K)=1, deg(L)=3, deg(M)=1, deg(N)=3, deg(O)=3, deg(P)=1, deg(R)=1, deg(S)=4, deg(Š)=1, deg(T)=3, deg(U)=1, deg(V)=3, deg(Z)=1, deg(Ž)=1, deg(X)=3, deg(Y)=1, deg(W)=3, deg(Q)=1.

Iz stopenj točk grafa ugotovimo, da so naslednje točke lihe stopnje: C, D, H, I, J, K, L, M, N, O, P, R, Š, T, U, V, Z, Ž, X, Y, W, Q.

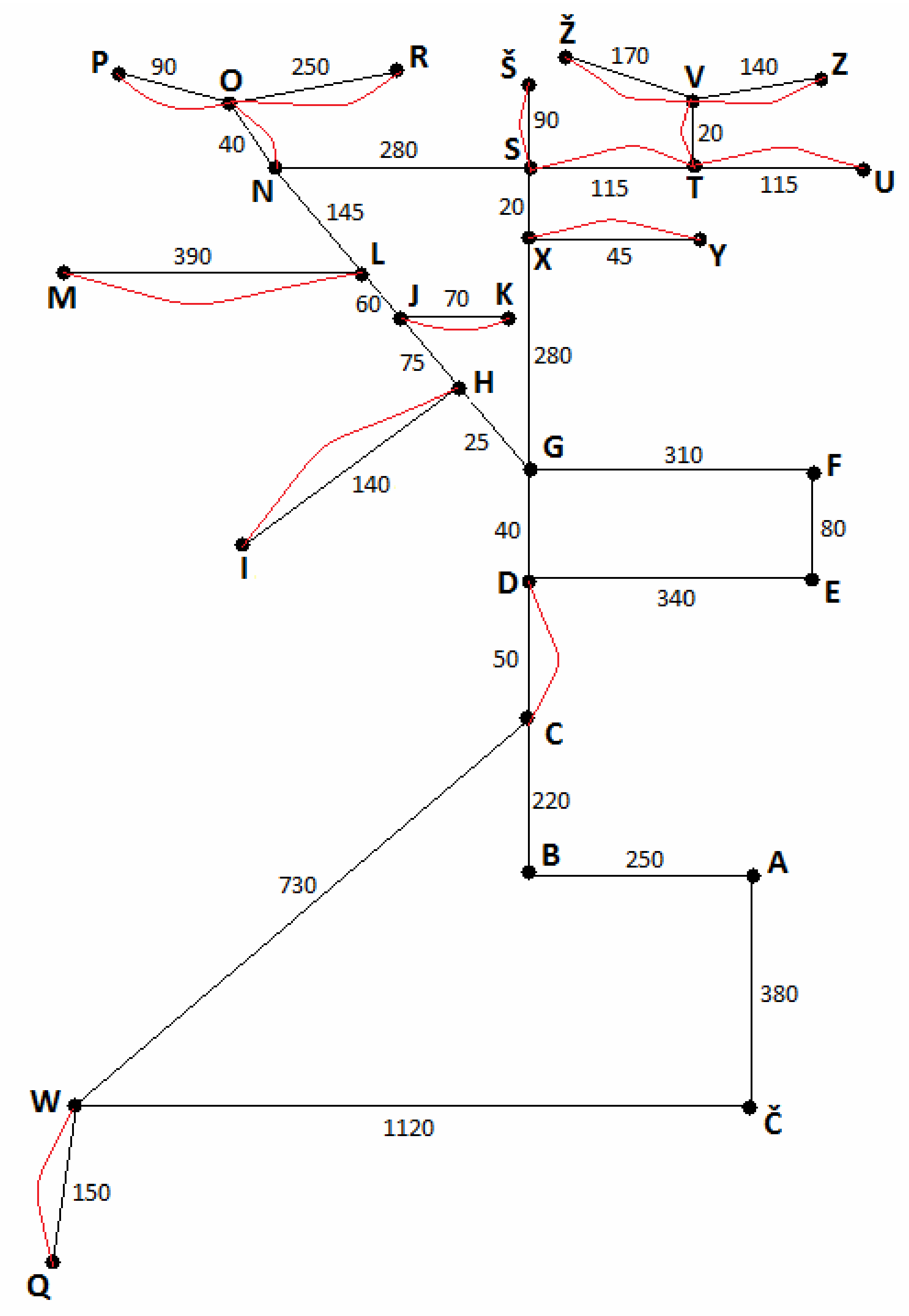
Točke I, K, M, P, R, Š, U, Z, Ž, Y, Q imajo stopnjo točk ena, kar pomeni, da so to slepe ulice in se je potrebno iz njih tudi vrniti. Ker lahko pri Eulerjevem obhodu vsako ulico prevozimo le enkrat, je potrebno dodati povratne povezave. Če želimo, da bo graf Eulerjev, je potrebno med ustreznimi pari točk dodati dodatne povezave, da bo vsaka točka grafa imela sodo stopnjo točke.

Dodali smo 15 novih povezav, najprej med slepimi ulicami, in sicer: IH, KJ, ML, PO, RO, ŠS, UT, ZV, ŽV, YX in QW. Tako smo točke, ki so imele stopnjo 1, spremenili v 2, hkrati se je točkam L, J, H, W, X potencial spremenil iz 3 v 4. V naslednjem koraku smo dodali povezavo NO, tako da ima zdaj točka N stopnjo 4, O pa 6 (ko smo dodali povezave iz P in R, se je stopnja O povečala iz 3 v 5, zato dodamo povezavo v N in s tem obe dobita sodo stopnjo). Dodali smo povezavo VT (ko smo dodali povezavo iz Z in Ž, se je stopnja V spremenila iz 3 v 5 in povezava VT da točki V stopnjo 6), TS (spremeni točki T stopnjo v 6 in hkrati točki S potencial iz 5 v 6). Ostaneta nam še edini točki lihe stopnje (3) C in D, med katerima dodamo povezavo CD in s tem se jim stopnja spremeni v 4. Sedaj imajo vse točke grafa sodo stopnjo točk.

Stopnje točk dobljenega grafa (novega) so naslednje: deg(A)=2, deg(B)=2, deg(C)=4, deg(Č)=2, deg(D)=4, deg(E)=2, deg(F)=2, deg(G)=4, deg(H)=4, deg(I)=2, deg(J)=4, deg(K)=2, deg(L)=4, deg(M)=2, deg(N)=4, deg(O)=6, deg(P)=2, deg(R)=2, deg(S)=6, deg(Š)=2, deg(T)=6, deg(U)=2, deg(V)=6, deg(Z)=2, deg(Ž)=2, deg(X)=4, deg(Y)=2, deg(W)=4, deg(Q)=2.

Vsaki dodani povezavi pripada tudi ustrezna utež, tako da tistim parom točk podvojimo utež, tako dodane povezave dobijo naslednje uteži: IH=140, KJ=70, ML=390, PO=90, RO=250, ŠS=90, UT=115, ZV=140, ŽV=170, YX=45, QW=150, NO=40, VT=20, TS=115, CD=50.

Na spodnji sliki je predstavljen graf, ki smo ga dobili, ko smo dodali ustrezne povezave, in na katerem naredimo Eulerjev obhod.



Slika 34: Graf ulic v Luciji z dodanimi povezavami

Sedaj, ko imajo vse točke sodo stopnjo, je graf Eulerjev in lahko naredimo Eulerjev obhod, ki je naslednji in predstavlja našo optimalno rešitev za distribucijo poštnih pošiljk: A, B, C, D, G, H, I, H, J, K, J, L, M, L, N, O, P, O, R, O, N, S, Š, S, T, V, Z, V, Ž, V, T, U, T, S, X, Y, X, G, F, E, D, C, W, Q, W, Č, A. Obhod, ki ga opravimo, je dolg 8.105 metrov.

Obhod, ki smo ga naredili s pomočjo Eulerjevega algoritma za iskanje najkrajše poti, smo primerjali z rezultati poštarjevega obhoda in prišli do naslednjih ugotovitev:

– Eulerjev obhod ima 46 povezav, obhod, ki ga dejansko opravi poštar, pa 50;

- optimalna (najkrajša) pot znaša 8.105 metrov, poštarjeva pa 8.240 metrov, kar je za 135 metrov daljše od optimalne. Slednje pomeni, da smo z Eulerjevim algoritmom poiskali krajšo pot;
- skupna dolžina vseh ulic je 6.230 metrov, Eulerjeva pot je daljša zaradi slepih ulic in dodanih povezav;
- pot, ki jo opravi poštar, je za 135 metrov daljša, ker je nekatere ulice prevozil dvakrat ali pa v različnem vrstnem redu in ne kot po Eulerjevem obhodu;
- daljša pot predstavlja za podjetje večje stroške, ki nastanejo pri razvozu pošte, v večjem mestu so lahko ti stroški zelo visoki.

Če upoštevamo predpostavko, da vozimo s hitrostjo 40 km/h in imamo dano razdaljo, ki jo opravimo z Eulerjevim obhodom, in razdaljo poštarjeve poti, lahko iz enačbe t=s/v (s predstavlja opravljeno pot, v pa hitrost vožnje) izračunamo potreben čas, ki ga potrebujemo za obhod izbranih ulic v Luciji. Pred izračunom je potrebno določenim podatkom spremeniti enote, in sicer 40 km/h je enako 11,11 m/s in nato izračunamo po zgoraj navedeni enačbi čas. Za pot, ki smo jo opravili z Eulerjevim obhodom, potrebujemo 12,16 minut, poštar pa za njegov obhod potrebuje 12,36 minute.

Primer izračuna: T (čas) = 8105 m/11,11 m/s = 729,52s = 12,16 minut. Slednje seveda drži, če predpostavimo, da se poštar ves čas giblje z enakomerno hitrostjo 40 km/h. Sicer je problem lahko bistveno bolj zapleten, če upoštevamo tudi semaforje,prednostne ulice, ovire in seveda tudi klančine.

Čas za obhod smo podali zgolj informativno, da lahko primerjamo, koliko več časa prevozi zaradi daljše poti. Dejanski čas pa je veliko večji, saj se mora poštar pri vsaki hiši, stanovanjskem objektu ali poslovnem objektu ustaviti in razdeliti pošto, zaradi tega smo primerjali le čas obhoda.

9 SKLEP

V zaključni projektni nalogi smo predstavili optimizacijo distribucije poštnih pošiljk na izbranem naboru ulic. Sestavili smo omrežje (graf), ki naj bi predstavljalo ulice, po katerih naj bi poštar razdelil pošto. Preučili smo določene pojme in orodja, ki smo jih uporabili pri iskanju optimalne poti. Problem smo predstavili kot znan »problem kitajskega poštarja«. Sestavljenemu omrežju smo dodali uteži in smo s pomočjo Eulerjevega obhoda in Fleuryevega algoritma poiskali najkrajšo pot.

Sestavljenemu omrežju smo dodali ustrezne povezave, da je graf postal Eulerjev in da so vse točke imele sodo stopnjo, tako da smo lahko opravili Eulerjev obhod. Novo omrežje je imelo 46 povezav, po katerih smo naredili obhod, tako da smo vsako povezavo obšli natanko enkrat.

Primerjali smo dobljene podatke in razdaljo, ki smo jo opravili z Eulerjevim obhodom s potjo, ki jo pri vsakdanjem delu opravi poštar. Ugotovili smo, da je optimalna pot dolga 8.105 metrov, dejansko opravljena pot poštarja pa 8.240, kar je za 135 metrov več. Poštarjeva pot je daljša, ker je pri svojem delu nekatere ulice prevozil dvakrat.

V praksi bi to pomenilo, da bi pot, dobljeno z Eulerjevim obhodom, prevozili v krajšem času in tako porabili tudi manj goriva, kar bi za podjetje predstavljalo prihranek na času in nižje stroške dela. Glede na dobljene rezultate lahko v našem primeru večje stroške goriva zanemarimo, saj je pot daljša le za 135 metrov. Namen je bil pokazati, kako lahko z Eulerjevim obhodom poiščemo optimalno pot.

LITERATURA

Hvalica, Dušan in Viljem Rupnik. 1987. *Matematika II. 3. Snopič: Grafi, Algoritmi*. Ljubljana: Ekonomska fakulteta.

Oblak, Ana. 2007. *Teorija grafov*. Http://www.educa.fmf.unilj.si/izodel/sola/2006/ura/oblak/html/index.html (2. 6. 2012).

Pošta Slovenije. 2009. *O Pošti Slovenije*. Http://www.posta.si/naslovnica2/489/O-Posti-Slovenije (2. 6. 2012).

Smodič, Jure. 2004. *Organizacija dostave poštnih pošiljk*. Diplomsko delo, Ekonomska fakulteta, Univerze v Ljubljani.

Thimbleby, Harold. 2003. *The Directed Chinese Postman Problem*. London: University College London Interaction Centre.

Wilson, Robin J., in John J. Watkins. 1997. *Uvod v teorijo grafov*. Ljubljana: Društvo matematikov, fizikov in astronomov Slovenije.

Žerovnik, Janez. 2003. *Osnove teorije grafov in diskretne optimizacije*. Maribor: Fakulteta za strojništvo.

VIRI

Pošta Slovenije. 2012a. Interni podatki, Pošta Slovenije.

Pošta Slovenije. 2012b. Pošta Slovenije v dobri finančni kondiciji. Sporočilo za medije (marec 2012).

Zakon o poštnih storitvah (ZPSto-2). *Uradni list RS,* št. 51/2009, 77/2010, 35/1997, 42/2002, 102/2004.